

“Phát huy tính tích cực học tập của học sinh THCS qua việc dạy giải bài toán chứng minh hai đường thẳng song song”

MỤC LỤC

A/ Phần mở đầu

1. Đặt vấn đề
2. Mục đích và nhiệm vụ của đề tài
3. Phương pháp nghiên cứu
4. Cấu trúc của đề tài

B/ Phần nội dung

Chương I: Kiến thức cơ bản

- I.1. Thế nào là chứng minh.
- I.2. Chứng minh bài tập gì?
- I.3. Các phương pháp thường gặp.
- I.4. Những điều chú ý trong chứng minh.

Chương II: Những cách thường dùng

- II.1. Lợi dụng quan hệ giữa các góc.
- II.2. Lợi dụng đường thẳng thứ ba làm trung gian
- II.3. Lợi dụng hình bình hành
- II.4. Lợi dụng các đoạn thẳng tỉ lệ
- II.5. Lợi dụng tam giác đồng dạng

Chương III: ứng dụng của chứng minh hai đường thẳng song song

Chương IV: Phần thực nghiệm

- IV.1. Một số bài tập tổng hợp và lời giải
- IV.2. Phần thực nghiệm giảng dạy

C/ Kết luận

Tài liệu tham khảo

A. PHẦN MỞ ĐẦU

1. Đặt vấn đề

Trong việc dạy học toán, việc giải toán có tầm quan trọng lớn và đã từ lâu là một trong những vấn đề trung tâm của phương pháp dạy học toán. Đối với học sinh ở bậc trung học cơ sở có thể coi việc giải toán là một hình thức chủ yếu của việc học toán.

Việc giải toán có nhiều ý nghĩa:

- Đó là hình thức tốt nhất để củng cố, đào sâu, hệ thống hoá kiến thức và rèn luyện kĩ năng kĩ xảo. Trong nhiều trường hợp giải toán là một hình thức tốt để dẫn dắt học sinh tự mình đi đến kiến thức mới.

- Đó là hình thức vận dụng kiến thức đã học vào các vấn đề cụ thể, thực tế và các vấn đề mới.

- Là hình thức tốt nhất để giáo viên kiểm tra học sinh và học sinh tự kiểm tra mình về năng lực, mức độ tiếp thu và vận dụng kiến thức đã học.

- Việc giải toán có tác dụng lớn gây hứng thú học tập cho học sinh phát triển trí tuệ và giáo dục, rèn luyện người học sinh về nhiều mặt.

Hình học là một phân môn khó trong toán học do nó có tính trừu tượng cao và có tính thực tiễn phổ dụng. Trong khi đó học sinh ở bậc học này còn nhỏ tuổi, vốn kinh nghiệm lĩnh hội và vận dụng kiến thức còn quá ít.

Có thể nói học sinh gặp nhiều khó khăn trong học tập môn hình, đặc biệt là trong chứng minh một bài toán hình học, họ chưa có được cách thức tìm tòi lời giải cho một bài toán chứng minh. Như vậy trong quá trình dạy học nảy sinh mâu thuẫn trong học sinh là mâu thuẫn giữa việc nắm bắt lý thuyết và việc ứng dụng trong quá trình học tập của học sinh. Để giải quyết mâu thuẫn nói trên thì việc tìm ra nguyên nhân của người dạy học và người học cũng rất cần thiết.

Một số giáo viên thường chú trọng nhiều tới việc liệt kê các kiến thức trong sách giáo khoa như khái niệm, định nghĩa, định lý, tính chất ... mà yêu cầu học sinh phải học thuộc lòng không biết đâu là kiến thức trọng tâm, ứng dụng kiến thức đó vào việc gì? Mặt khác khả năng khai thác nội dung kiến thức, khai thác bài tập của giáo viên còn hạn chế nhất định. Chính vì thế mà việc học của học sinh gặp nhiều khó khăn trong vận dụng kiến thức vào chứng minh hình học. Có giáo viên chỉ quan tâm tới việc giải được nhiều bài tập của học sinh mà chưa chú ý đến phương pháp giải cho từng bài, kinh nghiệm giải một bài toán, cách khai thác một bài tập. Chưa hình thành cho học sinh thói quen suy nghĩ tìm tòi lời giải theo một cách thức nhất định cho nên học sinh khó xác định được điểm xuất phát trong suy luận để tìm ra hướng đi đúng đắn cho lời giải. Vì thế mà giải toán thiếu chặt chẽ, logic và sáng tạo. Khi cung cấp kiến thức cơ bản cho học sinh, giáo viên chưa chú ý tới việc cung cấp tri thức, phương pháp cho học sinh khác chưa giúp học sinh nêu ra được ứng dụng của định nghĩa, định lý, tính chất hình học vào bài toán chứng minh nào? Chính vì thế mà học sinh chưa hình thành được phương pháp chứng minh cho từng thể loại toán trong hình học.

Như vậy vấn đề đặt ra là trong quá trình giảng dạy, giáo viên phải từng bước giúp học sinh nắm vững kiến thức cơ bản (trọng tâm), chỉ ra được những ứng dụng cụ thể của định lý, tính chất hình học, cung cấp những tri thức, phương pháp bên cạnh những kiến thức đã học. Từ đó giúp học sinh xây dựng được các phương pháp chứng minh cho từng loại (dạng bài). chẳng hạn tổng kết được các phương pháp chứng minh: Sự song song của đường thẳng (đoạn thẳng), chứng minh sự đồng quy của nhiều đường thẳng, sự bằng nhau, sự vuông góc ...

Nhằm giúp học sinh khắc phục được những nhược điểm khi chứng minh bài toán hình nói chung và cụ thể bài toán chứng minh song song của hai đường thẳng (đoạn thẳng), bằng kinh nghiệm thực tế trong quá trình giảng dạy của bản thân đã được đúc kết, tôi xin góp ý nhỏ về vấn đề “**Phát huy tính tích cực học**

tập của học sinh THCS qua việc dạy giải bài toán chứng minh hai đường thẳng song song”

Việc đúc kết kinh nghiệm, hình thành nên một số phương pháp cho việc chứng minh “sự song song” trong môn hình học cấp II có một tầm quan trọng nhất định như: cung cấp cho học sinh cách thức tìm đường lối giải quyết một bài toán, tổng kết được các cách thường dùng trong chứng minh song song, giúp cho học sinh có kinh nghiệm trong giải toán chứng minh. Hình thành cho học sinh phương pháp khoa học trong học tập và trong giải toán chứng minh, tạo điều kiện cho học sinh hiểu sâu kiến thức đã học, biết vận dụng linh hoạt kiến thức vào bài tập, phát triển tư duy logic, góp phần hoàn thiện các thao tác tư duy cho học sinh, góp phần giáo dục quan điểm duy vật biện chứng, thế giới quan khoa học, giáo dục tính thẩm mỹ cho học sinh, làm tiền đề cho các em học môn toán có thuận lợi và tự tin.

2. Mục đích và nhiệm vụ của đề tài.

2.1. Mục đích:

Với mục đích nhằm giải quyết mâu thuẫn đã nêu ở trên, việc hướng dẫn học sinh giải toán chứng minh “sự song song” nhằm đạt được:

- Thông qua những bài toán cụ thể, những dạng toán cơ bản tổng hợp hình thành các cách chứng minh hai đường thẳng (đoạn thẳng) song song, từ đó hình thành phương pháp chứng minh “sự song song” của đường thẳng (đoạn thẳng). Đồng thời rèn luyện kỹ năng chứng minh có luận cứ, luận chứng rõ ràng, phát triển năng lực trí tuệ ở học sinh, giúp học sinh khắc phục dần những sai sót trong khi giải toán.

- Phát huy tính tích cực, chủ động, sáng tạo của học sinh trong quá trình giải một bài toán chứng minh, giúp học sinh biết cách tìm hướng giải một bài toán một cách có cơ sở, khám phá ra hướng đi đúng, tìm lời giải đúng và ngắn gọn, làm cho học sinh có niềm say mê trong học tập, biết tự mình vận dụng các tri thức đã nắm

vững để tìm ra mối liên hệ giữa các bài toán, giữa các yếu tố trong một bài toán. Từ đó tìm ra cách giải hợp lý, biết tìm ra nhiều lời cho bài toán và lựa chọn những lời giải đẹp, tạo được niềm tin trong học tập môn toán. Từ đó phát huy cao độ khả năng tích cực của từng cá nhân học sinh.

2.2. Nhiệm vụ

- Nêu lên một số cách giải chủ yếu thường gặp trong giải bài toán chứng minh “sự song song” của đường thẳng (đoạn thẳng) trong hình học phẳng, đồng thời đưa ra một số bài toán tổng hợp và hướng giải. Trong khi nêu ví dụ minh họa các cách chứng minh, chúng tôi chú ý phân tích để giúp học sinh cách tìm tòi suy nghĩ (suy xét) tìm ra lời giải bài toán có căn cứ, từ đó biết trình bày lời giải chính xác, ngắn gọn, rõ ràng.

- Qua việc xây dựng các phương pháp chứng minh “sự song song” cho học sinh thấy được ứng dụng của chứng minh sự song song vào chứng minh “sự thẳng hàng” và chứng minh “sự đồng quy” từ đó thấy rõ mối quan hệ của 3 bài toán trên.

3. Phương pháp nghiên cứu.

3.1. Phương pháp nghiên cứu lý luận.

Nghiên cứu các tài liệu có liên quan, phương pháp dạy học, lý luận dạy học, sách giáo khoa, sách hướng dẫn giảng dạy, các loại sách tham khảo.

3.2. Phương pháp quan sát sư phạm.

Điều tra khảo sát cụ thể việc dạy hình học và giải bài toán chứng minh hình của học sinh ở các khối lớp khác nhau trong một trường hợp và ở các trường khác nhau. Chú ý tới những sai sót của học sinh thường mắc phải trong chứng minh hình học. Quan sát trực tiếp việc dạy giải bài tập của giáo viên và việc giải toán chứng minh hình của học sinh. Gián tiếp thăm dò việc dạy và học theo nội dung đề tài của giáo viên.

3.3. Phương pháp tổng kết kinh nghiệm

Qua thực tế giảng dạy, kiểm tra chuyên môn chúng tôi đã tích lũy kinh nghiệm, đúc rút chọn lọc thành bài học về phương pháp, về kinh nghiệm giải toán trên cơ sở được soi sáng bởi lý luận dạy học.

3.4. Phương pháp thực nghiệm giáo dục.

Phân nhóm học sinh theo từng đơn vị lớp, hướng dẫn các nhóm học sinh làm các bài tập về chứng minh “sự song song” theo qui định của giáo viên. Trực tiếp lên lớp cho học sinh về các phương pháp giải toán qua các dạng cụ thể.

Kết hợp với kiểm tra, khảo sát chất lượng làm bài tập của học sinh, rút kinh nghiệm cho học sinh.

Đề ra hệ thống bài tập có ứng dụng về chứng minh song song cho học sinh tự giải, nêu lên nhận xét về mối quan hệ giữa các bài toán.

Lập bảng theo dõi chất lượng của học sinh. Kiểm tra, đối chứng giúp học sinh hoàn thiện kỹ năng giải bài toán chứng minh sự song song.

4. Cấu trúc của đề tài.

Đề tài gồm 4 chương

Chương I: Kiến thức cơ bản

Chương II: Những cách thường dùng

Chương III: ứng dụng của chứng minh hai đường thẳng song song

Chương IV: Phần thực nghiệm

B. PHẦN NỘI DUNG

CHƯƠNG I: NHỮNG KIẾN THỨC CƠ BẢN

VỀ PHƯƠNG PHÁP CHỨNG MINH

I.1. Thế nào là chứng minh?

Chứng minh một mệnh đề chẳng hạn $A \rightarrow B = 1$ là đi xây dựng hữu hạn các mệnh đề A_1, A_2, \dots, A_n và B sao cho B là một mệnh đề cuối cùng trong dãy và là hệ quả logic của mệnh đề A_i . Mỗi A_i của dãy phải là mệnh đề đúng được suy ra từ các mệnh đề A_1, A_2, \dots, A_{i-1} .

Trong đó B gọi là luận đề, các A_i gọi là luận cứ. Các quy tắc suy luận trong chứng minh gọi là luận chứng. Trong chứng minh luận đề phải rõ ràng, luận cứ phải đúng và không lẫn lộn, luận chứng phải hợp logic. Hay nói cách khác phải nói rõ tại sao và với những điều kiện nào thì nhất thiết rút ra được những kết luận gì. Phải đưa ra được bằng cứ để chứng thực các kết luận đúng, nêu lên được mối quan hệ bên trong của chúng.

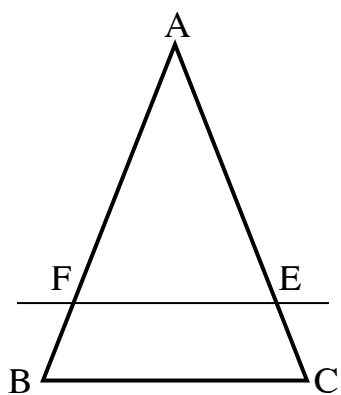
Để đạt được các yêu cầu trên trước khi chứng minh cần phải chú ý đến các vấn đề sau:

a. Đọc kỹ đầu bài, hiểu rõ được các dữ kiện đã cho, dữ kiện cần chứng minh và mối liên hệ giữa điều đã cho và cần chứng minh.

b. Phân biệt rõ giả thiết và kết luận, vẽ hình chính xác, dùng kí hiệu toán học cho bài toán đơn giản và dễ phân biệt hơn.

Ví dụ: Cho tam giác ABC cân tại A . Một đường thẳng d song song với BC cắt AB và AC lần lượt tại E và F . Chứng minh $\triangle AEF$ cân.

Cho học sinh đọc kỹ đề bài điều cần chứng minh là $\triangle AEF$ cân. Điều đã cho là $\triangle ABC$ cân và $EF // BC$. Từ đó cho học sinh vẽ hình và tóm tắt giả thiết, kết luận bằng kí hiệu toán học như sau:



GT	ΔABC cân $AB = AC$ $EF \parallel BC$
KL	ΔAEF cân

I.2. Bài tập chứng minh là gì? Một bài tập chứng minh gồm 2 phần cơ bản đó là gì?

1.2.1. Bài tập chứng minh

Là những mệnh đề trong hình học cần được chứng minh, thông qua các mệnh đề (định lý) đã được biết. Hay nói cách khác đi bài tập chứng minh là một mệnh đề, một định lý. Do đó chứng minh bài tập là chứng minh định lý toán học.

1.2.2. Hai phần cơ bản trong bài tập hay định lý.

Bất cứ một định lý hay bài tập nào đều có 2 phần:

- Phần quy định những yếu tố đã cho (hay có sẵn) gọi là phần giả thiết
- Phần nêu rõ kết quả của sự suy diễn logic hay phần phải tìm, phải chứng minh gọi là phần kết luận. Phần này đúng hay sai là do sau khi chứng minh mới kết luận được.

Ví dụ: Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau.

Phần giả thiết: Hai góc đối đỉnh

Phần kết luận: Bằng nhau.

Dạng tổng quát của một định lý có thể viết như sau:

Nếu A là B	thì	C là D
Giả thiết		Kết luận

Tuy nhiên phần định lý, bài tập giả thiết, kết luận tương đối phức tạp. Dạng tổng quát của chúng là:

Nếu:	A là B	}		{	G là H
	C là D		Thì		I là K
	E là F			

Khi giải cần lưu ý đâu là giả thiết, đâu là kết luận.

I.3. Các phương pháp thường gặp trong chứng minh.

I.3.1. Phương pháp chứng minh trực tiếp.

Khi chứng minh một bài tập hình học người ta thường dùng phương pháp phân tích để tìm ra hướng chứng minh, rồi dùng phương pháp tổng hợp để viết phần chứng minh. Cách làm đó gọi là phương pháp chứng minh trực tiếp.

Phương pháp này chủ yếu dùng để tìm hướng chứng minh. Nó tổng hợp giữa hai phương pháp: phân tích và tổng hợp.

Phân tích: Là đi từ kết luận (điều chưa biết) tìm những điều kiện phải có để dẫn tới kết luận. Phân tích tìm ra những cái đã biết liên quan tới vấn đề cần chứng minh.

Có 2 cách phân tích:

* Phân tích đi xuống (hay suy ngược tiến) sơ đồ suy luận như sau:

$B = B_1 \rightarrow B_2 \rightarrow B_3 \rightarrow \dots \rightarrow B_n = A$. Trong cách suy luận này cần chú ý:

Nếu A đúng thì chưa kết luận được B đúng hay sai.

Nếu A sai thì B chắc chắn sai.

* Phân tích đi lên (suy ngược lùi): Sơ đồ như sau:

$$A = B_n \rightarrow B_{n-1} \rightarrow \dots \rightarrow B_3 \rightarrow B_2 \rightarrow B_1 \rightarrow B$$

A là giả thiết; B là kết luận

Nếu A đúng thì B đúng

Nếu A sai thì B sai hoặc đúng.

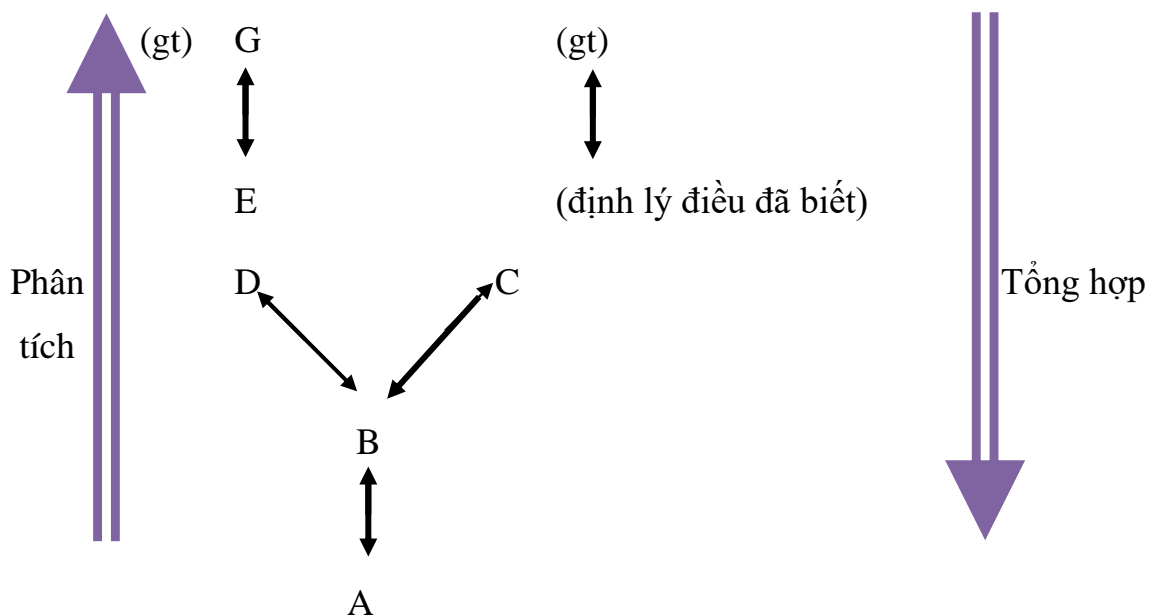
Phương pháp tổng hợp (suy xuôi):

Là phương pháp chứng minh đi từ giả thiết đi đến kết luận. Giả thiết là những điều đã biết (tiên đề, định lý, định nghĩa ...) là phép suy luận từ nguyên nhân đến kết quả. Phép chứng minh rất đơn giản nhưng phải chọn ra được điều thích hợp thì từ đó từng bước một suy ra kết luận. Sơ đồ suy luận như sau:

$$A = A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_3 \rightarrow \dots \rightarrow A_n = B$$

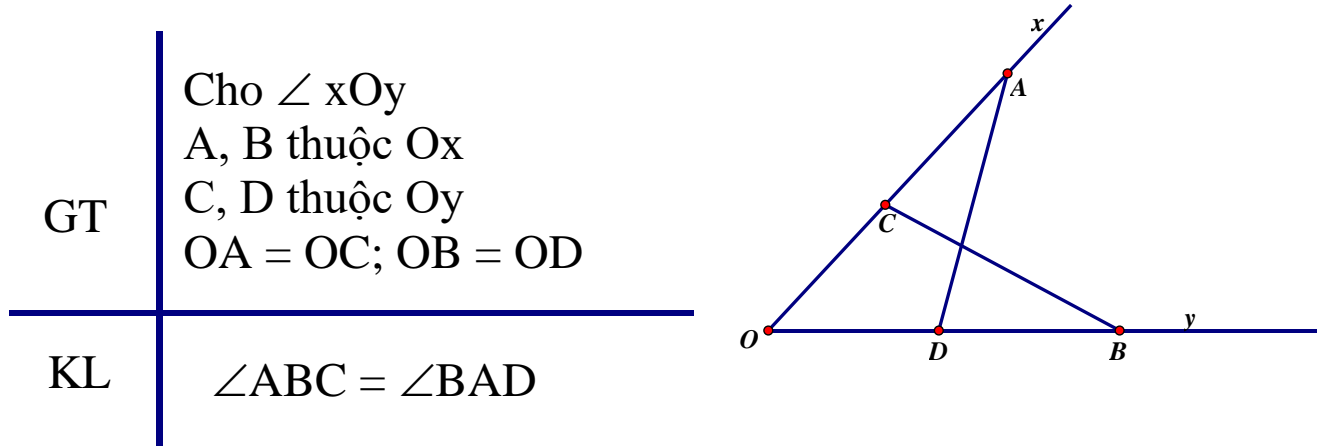
Khi chứng minh thì những điều kiện cần thiết và thích hợp cho việc chứng minh là điều lựa chọn khó và có khi không làm được. Cho nên như đã nói ở phần trên, khi chứng minh bài tập toán người ta kết hợp cả phương pháp phân tích và tổng hợp. Phân tích để tìm ra hướng chứng minh còn tổng hợp là chứng minh bài toán.

Sơ đồ như sau:



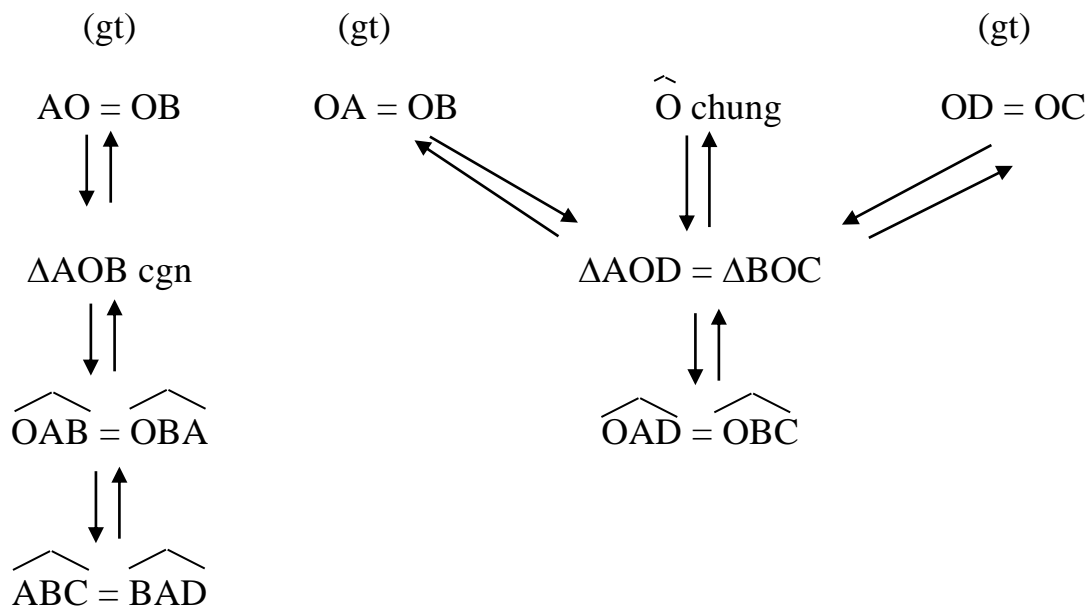
Ví dụ: Cho góc xOy , trên cạnh Ox và Oy lấy lần lượt các điểm C, A và B, D sao cho C nằm giữa A và O ; D nằm giữa B và O ; $OA = OB, OC = OD$.

Chứng minh rằng: $\angle ABC = \angle BAD$



Tìm hướng chứng minh thông qua hướng phân tích và tổng hợp như sau:

Sơ đồ phân tích và tổng hợp như sau:



Với sơ đồ này chúng ta hướng cho học sinh bắt đầu từ điều đã cho ở giả thiết và đi đến chứng minh $\triangle AOB$ cân, $\triangle AOD = \triangle BOC$, sau đó sử dụng tính chất cộng góc.

Dùng phép tổng hợp để trình bày bài toán như sau:

<u>Chứng minh</u>	<u>Lý do</u>
1. ΔAOB cân	$OA = OB$ (gt)
2. $\widehat{OAB} = \widehat{OBA}$	T/c Δ cân
3. $OA = OB$	Gt
$OC = OD$	Gt
$\widehat{AOD} = \widehat{BOC}$	Chung góc
$\Delta AOD = \Delta BOC$	Trường hợp c.g.c
4. $\widehat{OAD} = \widehat{OBC}$	T/c bằng nhau của hai tam giác
5. $\widehat{OAD} + \widehat{DAB} = \widehat{OAB}$	Cộng góc
$\widehat{OBC} + \widehat{CBA} = \widehat{OBA}$	Cộng góc
6. $\widehat{DAB} = \widehat{ABC}$	Do (5) và (2)

1.3.2. Phương pháp chứng minh gián tiếp

Như chúng ta đã biết một định lý có bốn cách biểu diễn, trong đó định lý thuận, định lý đảo, định lý phản đảo hoặc cùng đúng hoặc cùng sai. Tương tự như vậy với mệnh đề đảo và phản đảo. Dựa vào đó khi định lý thuận không chứng minh được hoặc khó có phương pháp chứng minh thì chúng ta có thể chứng minh định lý phản đảo. Nếu phản đảo đúng thì thuận cũng đúng. Đó là phương pháp chứng minh gián tiếp.

Một cách khác là chứng minh phản chứng. Để chứng minh bằng phản chứng mệnh đề dạng: $A \rightarrow B = 1$

Ta chứng minh mệnh đề phủ định là sai tức là: $\overline{A \rightarrow B} = 0$ là sai.

Trong đó A: Giả thiết; B: kết luận

Các bước chứng minh của phương pháp phản chứng:

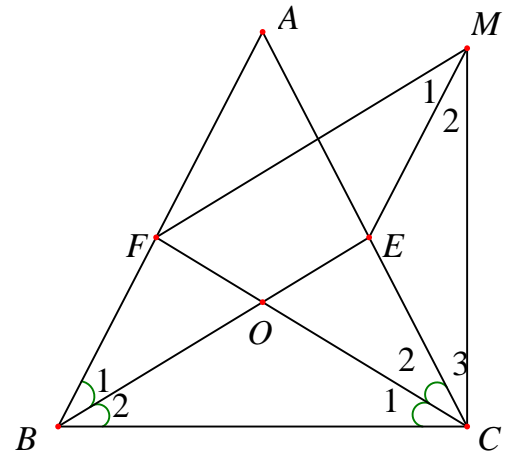
Bước 1: Phủ định mệnh đề cần chứng minh B.

Bước 2: Tìm điều phủ định trên cùng với giả thiết của bài toán ta suy ra mâu thuẫn với giả thiết hay trái với những điều đã biết (dẫn đến mâu thuẫn).

Bước 3: Từ mâu thuẫn trên ta kết luận điều giả sử là sai. Vậy kết luận của bài toán là đúng.

Ví dụ 1: Chứng minh rằng: Nếu tam giác có hai đường phân giác trong bằng nhau thì tam giác ấy cân.

GT	$\triangle ABC$ BE là các phân giác $\angle B$ CF là các phân giác $\angle C$ BE = CF
KL	$\triangle ABC$ cân



Để chứng minh $\triangle ABC$ cân ta cần chứng minh:

Dựng hình bình hành BFME ta được $BE = FM$

Mà $BE = CF$ (gt) $\Rightarrow \triangle CMF$ cân tại F.

Nên $M_1 + M_2 = C_2 + C_3$. Mà: $B_1 = M_1$ (t/c hhh)

$$\Rightarrow B_1 + M_2 = C_2 + C_3 \quad (1).$$

Giả sử $B_1 > C_2$. Xét $\triangle BCE$ và $\triangle CBM$ có:

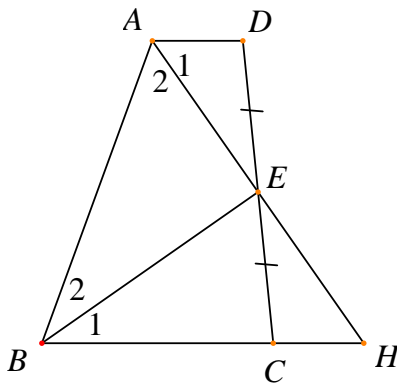
BC chung; $BE = CF$ (gt); $B_2 > C_1 \Rightarrow CE > BF$

Mà: $BF = EM$ (cạnh đối hhh) $\Rightarrow M_2 > C_3$ $B_1 + M_2 > C_2 + C_3$. Mâu thuẫn với (1)

Tương tự, không thể xảy ra trường hợp $B_1 < C_2$. Vậy điều giả sử $B_1 > C_2$ là sai \Rightarrow

$B_1 = C_2$, $\rightarrow B = C \rightarrow \Delta ABC$ cân.

Ví dụ 2: Cho hình thang ABCD ($AD // BC$), $AD + BC = AB$; $DE = EC$. Chứng minh rằng phân giác của góc A và B đi qua điểm E.



	Hình thang ABCD ($AD // BC$)
GT	$AD + BC = BA$
	$DE = EC$
KL	AE và BE là phân giác

Để chứng minh phân giác của góc A và góc B đi qua điểm E ta phải chứng minh EB và AE chia đôi góc A và góc B.

Ta phải chứng minh gián tiếp như sau: Nối E với A; E với B.

Kéo dài AE cắt BC kéo dài ở H.

Vì $AD // BC$ (gt) $\rightarrow A_1 = H$ (so le trong) Và $D = ECH$ (so le trong)

$\Delta ADE = \Delta HCE$ vì $ED = EC$; $D = C$; $AED = CEH$ (đối đỉnh) $\rightarrow AD = CH$

Xét ΔABH có $AB = BH$ (vì $AB = AD + BC = CH + BC$)

$\rightarrow \Delta ABH$ cân $\rightarrow H = A_2$ mà $A_1 = H \rightarrow A_1 = A_2$

$\rightarrow AE$ là phân giác.

Tương tự ta cũng chứng minh được $B_1 = B_2$.

Như vậy ta không chứng minh trực tiếp phân giác đi qua điểm E mà chứng minh gián tiếp các đường nối trung điểm E và các đỉnh A, B là đường phân giác.

I.4. Những điều chú ý trong chứng minh.

Hình học là môn học suy diễn bằng lý luận chặt chẽ nên khi chứng minh có lý do chính xác, có lập luận chắc chắn, logic. Những lý do đó phải có căn cứ. Phần chứng minh chỉ giới hạn trong 4 điểm sau:

- + Giả thiết của bài toán.
- + Những định nghĩa đã học.
- + Những tiên đề, định lý đã học.
- + Những bài tập áp dụng được chứng minh.

Nếu ngộ nhận vấn đề nào thì bài toán sẽ khó tìm được lời giải, hoặc lời giải đó sai.

Khi chứng minh cần kẻ thêm đường phụ đó cần được ghi vào phần chứng minh. Muốn vẽ được đường phụ cần hiểu rõ mục đích của nó và nhằm vào một số mục đích sau:

- + Kẻ các đường phụ phải liên quan đến những vấn đề cần chứng minh, phải có mối quan hệ mật thiết với những vấn đề cần chứng minh.
- + Khi kẻ đường phụ không được làm cho hình thêm rối, phải tuân thủ các bước dựng hình. Đường phụ phải chính xác, không tùy tiện.

Những loại đường phụ có thể có:

- + Kẻ dài đoạn thẳng cho trước.
- + Nối 2 điểm cho trước hoặc hai điểm cố định.
- + Dựng đường thẳng song song hoặc hạ vuông góc.
- + Dựng đường phân giác.
- + Kẻ dây cung, tiếp tuyến của đường tròn.

I.5. Tóm lại.

Khi chứng minh bài toán hình học cũng như bài toán nói chung có một nội dung và một phạm vi nhất định, đó chính là tiềm lực của bài toán. Những tiềm lực của bài toán mà ta biết khai thác hết thì khả năng phát triển cao nhất trong tư duy, nhận thức, kỹ năng làm bài tập của học sinh. Với mỗi bài toán khác nhau có cách giải khác nhau, có sự khai thác khác nhau. Do đó, cần phải có hướng dẫn tổng hợp các vấn đề để đưa ra cái chung nhất, để giải hay là đưa ra một dạng toán cơ bản nhất để sử dụng trong mọi tình huống. Từ đó biết loại trừ tìm ra phương pháp tối ưu.

Khi giải toán có thể làm thay đổi một số vấn đề hoặc có thể thay đổi giả thiết mà kết quả vẫn không thay đổi ở kết luận.

Có thể đặt bài toán ở vào thế tương tự một bài toán nào đó.

Dùng ký hiệu của toán học thay hành văn trong toán làm cho bài toán đơn giản hơn để từ đó có bước đi, có hướng giải mới.

Khi giải cần nghiên cứu các dữ kiện đã cho, dữ kiện cần tìm ra phương pháp tối ưu chính xác.

Khi giải xong bài toán cần nhìn lại con đường vừa đi, từng bước, từng phần cần phải có sự kiểm tra, phát hiện kịp thời và sửa chữa những sai sót mắc phải nếu có.

Đây là giai đoạn nâng cao cho nhận thức tư duy, rèn luyện kỹ năng cho học sinh qua giải bài tập.

CHƯƠNG II: NHỮNG CÁCH THƯỜNG DÙNG

Bằng phép tổng kết kinh nghiệm giảng dạy, qua đọc tài liệu tôi cùng các đồng nghiệp đưa ra một số phương pháp chứng minh hai đường thẳng (đoạn thẳng) song song trong chương trình hình học từ lớp 7 đến lớp 9.

II.1. Cách 1: Lợi dụng quan hệ giữa các góc.

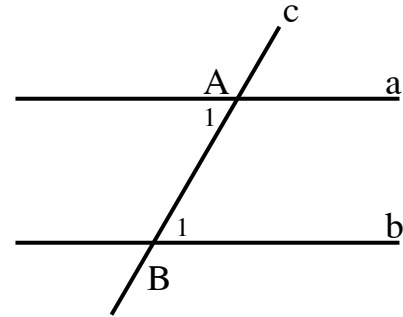
II.1.1. Kiến thức sử dụng

Định nghĩa hai đường thẳng song song

Dấu hiệu hai đường thẳng song song

$$\begin{cases}
 a \cap b = A \\
 + \\
 b \cap c = B \\
 \widehat{A}_1 = \widehat{B}_1
 \end{cases}
 \Leftrightarrow a // b$$

$$\begin{cases}
 + \\
 a \perp c \\
 b \perp c
 \end{cases}
 \rightarrow a // b$$



(trường hợp đặc biệt $A_1 = B_1 = 90^0$)

II.1.2. Các phương pháp chứng minh hai đường thẳng song song với nhau:

Muốn chứng minh $a // b$ ta có thể dùng trong các cách sau đây:

- Chứng minh hai góc so le trong bằng nhau:

$$A_1 = B_1 \text{ hoặc } A_2 = B_2$$

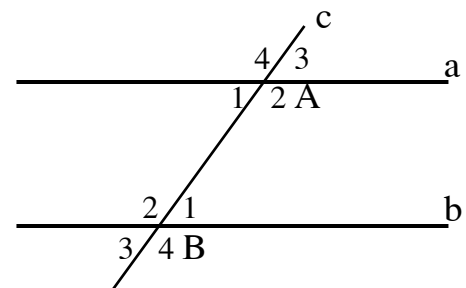
(Dấu hiệu song song)

- Chứng minh hai góc đồng vị bằng nhau:

$$A_1 = B_3 \text{ hoặc } A_2 = B_4$$

$$\text{Hoặc } A_3 = B_1 \text{ hoặc } A_4 = B_2$$

(Dẫn tới dấu hiệu song song)



- Chứng minh hai góc trong cùng phía bù nhau:

$$\begin{cases} A_1 + B_2 = 180^\circ \\ A_2 + B_1 = 180^\circ \end{cases} \quad (\text{dẫn tới dấu hiệu song song})$$

- Chứng minh hai góc so le ngoài bằng nhau:

$$A_3 = B_3 \quad \text{hoặc} \quad A_4 = B_4 \quad (\text{dẫn tới dấu hiệu song song})$$

- Chứng minh hai góc ngoài cùng phía bù nhau:

$$\begin{cases} A_3 + B_4 = 180^\circ \\ A_4 + B_3 = 180^\circ \end{cases} \quad (\text{dẫn tới dấu hiệu song song})$$

- Chứng minh a và b cùng vuông góc với một đường thẳng nào đó (trường hợp đặc biệt của dấu hiệu song song)

** Kinh nghiệm giải toán:*

Tuỳ theo giả thiết của bài toán mà phán đoán, suy xét xem có thể chứng minh cặp góc so le trong, đồng vị ... bằng nhau (thường dùng phân tích đi lên để suy xét). Để chứng minh hai góc ở vị trí đã định (so le trong, đồng vị, ...) bằng nhau ta có thể chỉ ra hai góc đó có cùng một số đo hoặc cùng bằng một góc trung gian, hoặc là hai góc tương ứng thuộc hai tam giác bằng nhau.

** Phương pháp dạy học:*

- Chú ý cho học sinh những điểm sau: thế nào là hai góc bằng nhau, hai góc bù nhau; thế nào là hai góc ở vị trí so le trong, so le ngoài, trong cùng phía, ngoài cùng phía, các góc đồng vị,...

- Chốt lại kiến thức trọng tâm cho học sinh về dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song, từ đó xây dựng phương pháp chứng minh hai đường thẳng song song bằng cách sử dụng dấu hiệu đó (ghi nhớ cho học sinh).

- Sử dụng phân tích đi lên trong việc tìm đường lối chứng minh và trình bày lời giải bài toán theo phương pháp tổng hợp.

Ví dụ: (Bài 58 – sách học tốt hình học 7).

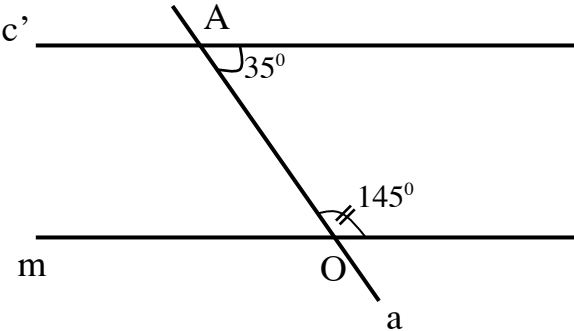
Cho góc aOb có số đo bằng 145° . Trên cạnh Oa lấy một điểm A nào đó. Qua A dựng đường thẳng cc' sao cho hai tia Ob và Ac nằm trên một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng chứa tia Oa và góc $OAc = 35^\circ$

a. Chứng minh rằng đường thẳng chứa tia Ob song song với cc'

b. Gọi Ou là tia phân giác của góc aOb và Av là tia phân giác của góc OAc' .

Có nhận xét gì về hai đường thẳng chứa hai tia Ou và Av ?

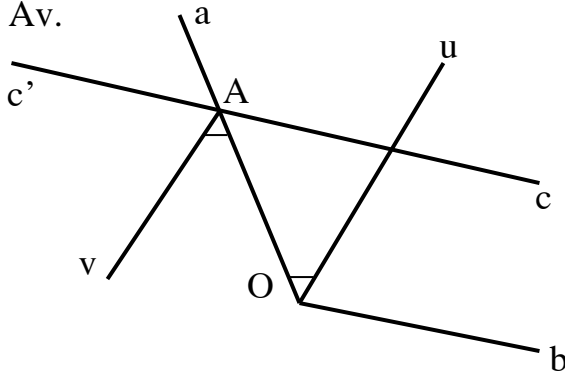
Lời giải

Nội dung	Hoạt động của thầy và trò
 <p>a. chứng minh: $Ob // cc'$</p> <p>Hai góc AOb và OAc' là hai góc trong cùng phía tạo bởi đường thẳng chứa tia OB và cc'</p>	<p>- HS: tự vẽ hình, ghi gt, kl.</p> <p>- GV: chú ý cho học sinh dùng thước đo góc vẽ hình một cách chính xác.</p> <p>- GV: yêu cầu học sinh nêu được cách chứng minh: $cc' // Ob$</p> <p>Gợi mở hướng giải quyết vấn đề.</p> <p>Muốn chứng minh $cc' // Ob$ ta sử dụng cách nào?</p> <p>Hai góc so le trong bằng nhau.</p>

→ $\angle OAc + \angle AOb = 35^\circ + 145^\circ = 180^\circ$ (hai góc này bù nhau)

Nên đường thẳng chứa tia Ob song song với cc' .

b. Nhận xét hai đường thẳng chứa tia Ou và Av .



Theo phần (a) ta có $cc' // Ob$

→ $\angle c'AO = \angle AOb$ (so le trong)

Theo gt ta có:

$$\angle vAO = \frac{1}{2} \angle c'AO$$

$$\angle AOu = \frac{1}{2} \angle AOb$$

→ $\angle vAO = \angle AOu$ (hai góc so le trong bằng nhau)

→ $Av // Ou$

Vậy 2 đường thẳng chứa tia Ou và Av song song

Hai góc trong cùng phía bù nhau.

HS: tự chọn lấy một cách.

Cm: $cc' // Ob$



Cm $\angle OAc$ và $\angle AOb$ bù nhau



Cm: $\angle OAc + \angle AOb = 180^\circ$

hoặc đi cm: hai góc so le trong bằng

nhau: $\angle AOm = \angle AOb$

Cm: $\angle AOm = 35^\circ$

HS: nêu nhận xét bằng trực giác rồi chứng minh nhận xét đó.

GV: gợi ý học sinh giải bài toán (giống như phần a) Gợi mở: chọn cách chứng minh hai góc so le trong bằng nhau:

$Av // Ou$



$\angle vAO = \angle AOu$



$\angle c'AO = \angle AOb$

Cho học sinh suy nghĩ tìm hướng giải quyết bài toán theo các cách khác.

	<p>Chỉ ra: $vAO = \frac{1}{2}c'AO$</p> <p>$AOu = \frac{1}{2}AOB$</p> <p>$\rightarrow vAO = AOu \rightarrow đpcm$</p>
--	---

* *Nhận xét:* Với bài toán trên điều cần chú ý là ở chỗ giáo viên phải giúp học sinh tìm chọn được cách giải quyết vấn đề một cách linh hoạt và hợp lý. Chọn cách chứng minh cho phù hợp và biết nêu ra được các cách chứng minh khác nhau.

II.2. Cách 2: Lợi dụng đường thẳng thứ ba làm trung gian.

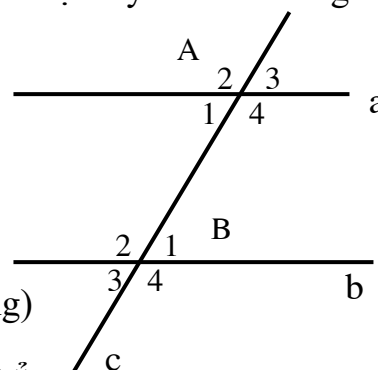
II.2.1. Kiến thức có liên quan.

- Tiên đề oclit (hệ quả)

$$\left. \begin{matrix} a//b \\ b//c \end{matrix} \right\} \Rightarrow a//c$$

- Dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song và định lý về hai đường

thẳng song song: $a//b \Rightarrow \begin{cases} A_1 = B_1 \\ A_2 = B_4 \\ A_3 = B_1 \end{cases}$



(Hệ quả của định lý về hai đường thẳng song song)

II.2.2. Các phương pháp chứng minh hai đường thẳng song song.

- Chứng minh hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ 3.
- Chứng minh hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ 3.
- Chứng minh hai đường thẳng cùng song song với hai đường thẳng khác song song với nhau.

** Kinh nghiệm giải toán:*

Trong quá trình giải bài tập hình học có sử dụng cách 2 ta thường gặp những bài toán có dữ kiện vuông góc hoặc việc chỉ ra sự vuông góc của hai đường thẳng hay sự song song của hai đường thẳng thường dễ dàng. Công việc còn lại là chứng minh cho hai đường thẳng cùng vuông góc hoặc song song với đường thẳng thứ 3 (đường thẳng có thể phải kẻ thêm).

** Phương pháp dạy học.*

Để giúp đỡ học sinh vận dụng được phương pháp này giáo viên cần lưu ý cho học sinh ghi nhớ được hệ quả của tiên đề Ơclit. Dấu hiệu song song (ở trường hợp đặc biệt: 2 góc so le trong bằng 90^0).

Để chứng minh cho một trong hai đường thẳng còn lại trong hai đường thẳng cần chứng minh song song có liên quan đến việc chứng minh sự vuông góc, sự song song, đòi hỏi học sinh phải sử dụng được các kiến thức về tam giác, tứ giác, đường tròn có liên quan để giải toán. Ví dụ như: đường thẳng qua trục tâm của tam giác, đường trung tuyến của tam giác cân, hai đường chéo của hình thoi, hình vuông, đường thẳng qua trung điểm của một dây cung và qua tâm của một đường tròn...

Do vậy việc hệ thống, tóm tắt những kiến thức cơ bản để sử dụng vào việc chứng minh sự song song là rất quan trọng đối với học sinh.

Hướng dẫn học sinh tự mình lập được lối chứng minh (theo hướng phân tích đi lên). Cần chú ý cho học sinh khi chứng minh có thể dựa vào kết quả ở phần chứng minh trước trong bài tập.

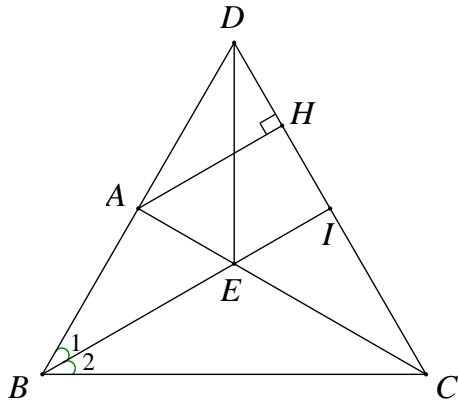
Ví dụ: (Bài tập 92 – Tr 105 – SBT 7)

Cho ΔABC ($AB < AC$); trên tia BA lấy điểm D sao cho $BC = BD$. Nối C với D. Gọi E là giao điểm của cạnh AC và tia phân giác của góc B.

a. Chứng minh rằng $CE = DE$

b. Dựng đường cao của $\triangle ACD$. Chứng minh rằng $AH // BE$.

Lời giải:



GT	$\triangle ABC: AB < AC;$ $BC = BD$ $B_1 = B_2$ $AH \perp DC$
KL	a. $CE = DE$ b. $AH // BE$

a. Chứng minh $CE = DE$

Xét $\triangle BEC$ và $\triangle BED$ có:

BE chung;

$B_1 = B_2$ (gt)

$BD = BC$ (gt)

Vậy $\triangle BEC = \triangle BED$ (c.g.c)

$\rightarrow CE = DE$

b. Chứng minh: $AH // BE$

Kéo dài BE cắt DC ở I .

Xét $\triangle BDC$ có $BD = BC$ (gt)

$\rightarrow \triangle BDC$ cân ở B .

Có $B_1 = B_2$ (gt) nên BI là tia phân giác góc B .

(học sinh tự làm)

Giáo viên yêu cầu học sinh tự tìm ra đường lối chứng minh $AH // BE$.

HS: tự nêu ra nhiều cách chứng minh cho $AH // BE$.

GV: Gợi ý cho học sinh tiến đến cách giải quyết thuận lợi hơn.

Cm: $AH // BE$



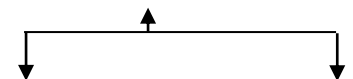
Cm: $AH \perp DC;$ $BE \perp DC$



(gt)



$BI \perp DC$



<p>→ $BI \perp DC$ hay $BE \perp DC$.</p> <p>Do $AH \perp DC$ (gt); $BE \perp DC$</p> <p>→ $AH // BE$ (đpcm)</p>	<p>Cách 1: Cách 2</p> <p style="text-align: center;">$\triangle BID = \triangle BIC$ $\triangle BDC$ cân</p>
---	--

* *Cách giải khác:*

Có thể chứng minh $\triangle BID = \triangle BIC \rightarrow BI \perp DC$.

Cần chú ý rằng lựa chọn cách chứng minh ngắn gọn hơn là việc cần thiết đối với học sinh.

(Ví dụ chứng minh $\triangle BDC$ cân thì có BI là phân giác $\rightarrow BI \perp DC$)

* *Nhận xét:* ở bài tập trên nếu học sinh làm theo hướng chứng minh $\triangle BID = \triangle BIC$ thì đã chú ý tới kiến thức: 2 góc kề bù bằng nhau $\rightarrow BI \perp DC$.

Đây là kiến thức học sinh ít để ý tới, đòi hỏi giáo viên phải gợi ý lại cho học sinh qua việc kiểm tra chứng minh sự vuông góc.

Như vậy bài toán chứng minh sự song song lại liên quan tới phương pháp chứng minh sự vuông góc.

Hay như ở cách giải đã nêu trên thì việc vận dụng kiến thức đặc biệt của tam giác cân (đường phân giác vừa là đường cao, trung tuyến, trung trực,...), nói lên việc sử dụng tính chất tam giác cân vào chứng minh một góc vuông.

Như vậy bài toán chứng minh sự song song có liên quan tới bài toán chứng minh sự vuông góc thông qua việc lợi dụng đường thẳng thứ ba làm trung gian.

II.3. Cách 3: Lợi dụng hình bình hành.

Để chứng minh hai đường thẳng song song bằng cách lợi dụng hình bình hành, ta chứng minh hai đường thẳng đó chứa hai cạnh đối của hình bình hành. Do vậy bài toán chứng minh hai đường thẳng song song thường quy về chứng minh một tứ giác là hình bình hành, vì thế các kiến thức về hình bình hành có tầm quan trọng trong việc chứng minh sự song song theo cách này.

II.3.1. Kiến thức sử dụng

** Dấu hiệu nhận biết hình bình hành*

Để chứng minh một tứ giác là hình bình hành ta có thể chứng minh tứ giác đó có một trong các tính chất sau đây:

- Các cạnh đối song song
- Các cạnh đối (góc đối) bằng nhau.
- Một cặp cạnh đối song song và bằng nhau.
- Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

** Dấu hiệu nhận biết hình thoi, hình vuông, hình chữ nhật.*

Như vậy khi sử dụng các kiến thức trên muốn chứng minh hai đường thẳng song song người chứng minh thường chỉ ra hai đường thẳng chứa hai cạnh đối của hình bình hành, hình chữ nhật, hình thoi, hình vuông, hình thang (hai cạnh đáy), (hình bình hành là hình thang đặc biệt). Cho nên những kiến thức về dấu hiệu nhận biết một tứ giác là hình bình hành có một vai trò rất quan trọng.

II.3.2 Phương pháp dạy học.

- Chú ý tới việc khắc sâu, củng cố các khái niệm hình bình hành, đặc biệt ghi nhớ cho học sinh các dấu hiệu nhận biết một tứ giác là hình bình hành được rút ra từ định nghĩa, tính chất về hình bình hành.

- Yêu cầu học sinh lập bảng tổng kết các phương pháp chứng minh một tứ giác là hình bình hành.

- Nếu vấn đề cho học sinh giải quyết: Để chứng minh hai đường thẳng song song ta có thể sử dụng điều gì đã biết ở hình bình hành.

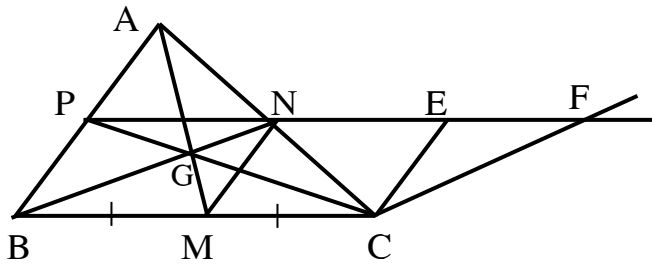
- Yêu cầu học sinh cụ thể các cách chứng minh hai đường thẳng song song bằng cách chứng minh hai đường thẳng chứa các cạnh đối của các hình bình hành đã biết.

- Ra các bài tập có liên quan tới chứng minh hai đường thẳng song song nhờ chứng minh hình bình hành, giúp học sinh tự giải, tự rút ra nhận xét lời giải.

Ví dụ 1: (Ôn tập toán 8)

Cho ΔABC các trung tuyến AM, BN, CP cắt nhau tại G . Qua C vẽ đường thẳng song song với BN , đường này cắt PN kéo dài tại F . Gọi E là trung điểm của NF . Chứng minh rằng $MN // CE$.

Lời giải



	$\Delta ABC,$
GT	G: trọng tâm
	$EN = FE$
KL	$MN // CE$

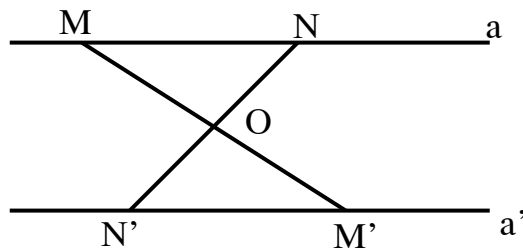
<p>Ta chứng minh MNEC là hình bình hành</p> <p>Ta có: $NE // MC$ (*)</p> <p>(Do N, E thuộc đường thẳng chứa PN là đường trung bình của ΔABC)</p> <p>Mặt khác:</p> <p>$NE = \frac{1}{2} NF$ (1) (Do $NE = EF$)</p> <p>$\frac{1}{2}$</p>	<p>GV: có thể nêu ra một số câu hỏi hướng dẫn học sinh tìm ra cách chứng minh $MN // EC$</p> <p>* Muốn chứng minh $NM // EC$ ta có những cách nào?</p> <p>* Tại sao lại nghĩ tới việc chứng minh MNEC là hình bình hành?</p>
---	--

<p>MC = BC (2) (do MC = MB)</p> <p>Mà NF = BC (3)</p> <p>(do BNFC là hình bình hành)</p> <p>Từ (1) (2) (3) \rightarrow NE = MC (**)</p> <p>Từ (*) (**)\rightarrow MNEC là hình bình hành</p> <p>\rightarrow MN // EC (đpcm)</p> <p>* Cách khác</p> <p>Cm: $\left\{ \begin{array}{l} MN // AB \\ CE // AB \end{array} \right.$</p> <p>Hoặc cm: $\left\{ \begin{array}{l} MN // AP \\ EC // AP \end{array} \right.$</p> <p>Hoặc cm: $\left\{ \begin{array}{l} MN // PB \\ EC // PB \end{array} \right.$</p>	<p>* Giúp học sinh tự chứng minh MNEC là hình bình hành.</p> <p>* Gợi ý cho học sinh tự tìm ra hướng giải bài toán theo sơ đồ:</p> <p>Cm: MN = CE</p> <p style="text-align: center;">↑</p> <p>Cm: MNEC là hình bình hành</p> <p style="text-align: center;">↑</p> <p>Cm: $\left\{ \begin{array}{l} NE = MC \\ NE // MC \end{array} \right.$</p> <p>GV có thể yêu cầu học sinh làm theo cách khác.</p>
---	--

* *Nhận xét:* Với việc chứng minh MN//EC ta đã quy về chứng minh MN, EC là hai cạnh đối của hình bình hành MNEC (theo cách 1). Hoặc ta đã chứng minh APMN và APCE là hai hình bình hành (chung cạnh AP) rồi \rightarrow MN//CE (vì cùng //AP) hoặc chứng minh MBPN và BPEC là hai hình bình hành rồi suy ra MN//BP; EC//PB \rightarrow MN//EC.

Rõ ràng chứng minh sự song song thông qua chứng minh hình bình hành là một phương pháp chứng minh song song giúp học sinh củng cố được các kiến thức về hình bình hành một cách linh hoạt.

Ví dụ 2: Cho hai đường thẳng phân biệt a và a'. Chứng minh rằng: Nếu a và a' đối xứng nhau qua một điểm O nào đó thì a//a'.



* Tìm hiểu bài toán: Cái đã biết ở bài toán là a và a', a và a' đối xứng nhau qua tâm O. Cái phải chứng minh là $a // a'$.

Để giải được bài toán đơn giản này đòi hỏi học sinh phải nhớ lại được kiến thức có liên quan là đối xứng tâm.

Học sinh phải hình dung ra được “tâm đối xứng” của a và a' (đây không phải là đơn giản).

Như vậy giáo viên phải gợi ý cho học sinh tìm ra được O khi đã biết a và a' đối xứng nhau qua O. (ở đây $O \notin a$; $O \notin a'$; O là trung điểm của MM' và O là trung điểm của NN')

Rõ ràng việc kiểm tra lại kiến thức hình đối xứng qua tâm; tâm đối xứng của một hình là cần thiết. Từ đó có thể vận dụng kiến thức trên và điều kiện đối xứng qua tâm của hai đường thẳng thì học sinh mới giải được bài toán.

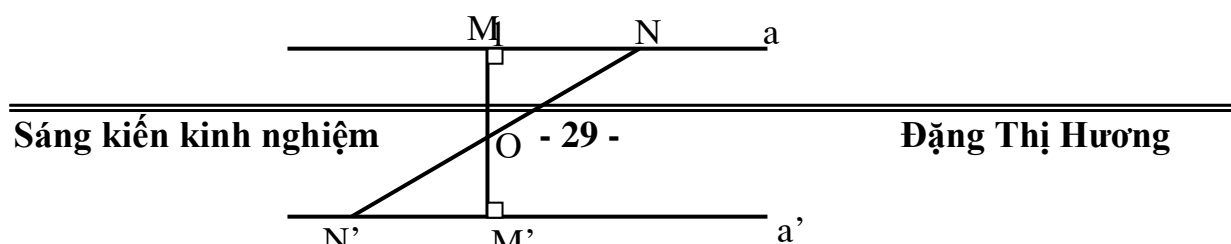
Lời giải: Vì a đối xứng với a' qua O nên:

$M \in a \Leftrightarrow M' \in a'$ sao cho O là trung điểm của MM'

$N \in a \Leftrightarrow N' \in a'$ sao cho O là trung điểm của NN'.

→ Tứ giác MNM'N' có hai đường chéo MM' và NN' nhận O là trung điểm → MNM'N' là hình bình hành → $MN // M'N'$ hay $a // a'$.

Chú ý: có thể gợi ý cho học sinh giải bài toán theo cách sau:



Qua O dựng đường thẳng vuông góc với a tại M ($M \in a$) cắt a' tại M' \rightarrow M và M' đối xứng nhau qua tâm O $\rightarrow OM = OM'$

Lấy $N \in a$; NO cắt a' tại N' $\rightarrow ON' = ON \rightarrow O_1 = O_2$

$\rightarrow \triangle OMN = \triangle OM'N' \rightarrow \angle M' = \angle M = 90^\circ \rightarrow a' \perp MM'$

$\rightarrow a // a'$ (vì cùng $\perp MM'$)

Qua bài toán trên giáo viên chú ý gợi ý cho học sinh khai thác được 2 đường thẳng (đoạn thẳng) đối xứng nhau qua tâm O thì song song với nhau.

II.4. Cách 4: Lợi dụng đoạn thẳng nối liền trung điểm 2 cạnh của tam giác hoặc 2 cạnh bên của hình thang (đường trung bình của tam giác hoặc hình thang)

Để chứng minh hai đường thẳng song song theo cách này ta thường chứng minh hai đường thẳng đó cùng song song với đường trung bình của tam giác hoặc của hình thang hoặc chứng minh một đường thẳng chứa đường trung bình của tam giác (hoặc hình thang), còn đường thẳng kia chứa cạnh đáy tương ứng của tam giác (hình thang).

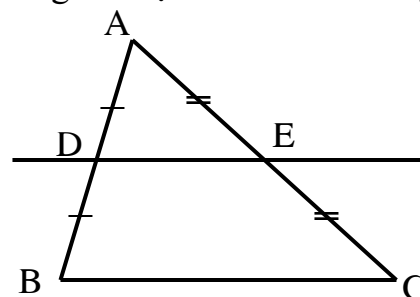
II.4.1. Kiến thức sử dụng.

* Định lý về đường trung bình của tam giác:

- Nếu một đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh của tam giác và đi qua trung điểm của cạnh thứ hai thì nó song song với cạnh thứ ba.

- Đường trung bình của tam giác song song với cạnh thứ ba và bằng một nửa cạnh ấy.

$$\left. \begin{array}{l} DA = DB \\ EA = EB \end{array} \right\} \rightarrow ED // BC$$

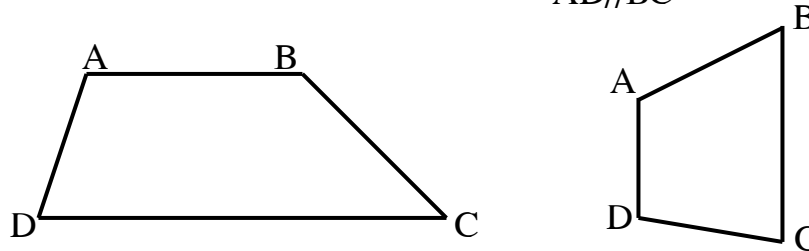


* Các phương pháp chứng minh đường trung bình của tam giác:

- Chứng minh D và E là hai trung điểm hai cạnh của tam giác.
- Chứng minh $DA = DB$ và $DE \parallel BC$
- Chứng minh $DE \parallel BC$ và $DE = \frac{1}{2}BC$

* Định nghĩa hình thang:

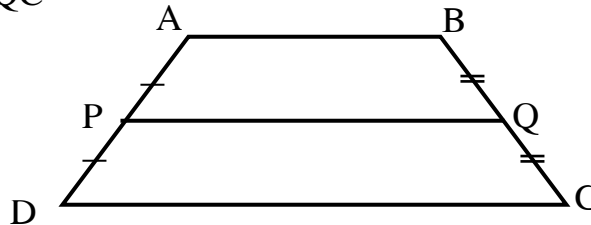
Tứ giác ABCD là hình thang \longleftrightarrow đn $\left\{ \begin{array}{l} AB \parallel DC \\ AD \parallel BC \end{array} \right.$



* Định lý về đường trung bình của hình thang:

$AB \parallel CD; PA = PB; QD = QC$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} PQ \parallel AB \parallel DC \\ PQ = \frac{AB + CD}{2} \end{array} \right.$$



* Phương pháp chứng minh đường thẳng là đường trung bình của hình thang:

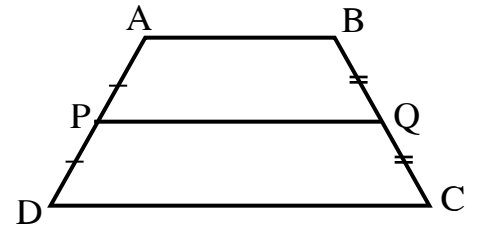
- Chỉ ra: $PA = PD; QB = QC; AB \parallel DC \rightarrow PQ \parallel AB \parallel DC$
- Chỉ ra: $PA = PD; PQ \parallel DC (DC \parallel AB) \rightarrow PQ$ là đường trung bình của hình thang
- Chỉ ra: $PA = PD; QB = QC; PQ = \frac{AB + DC}{2} \rightarrow AB \parallel DC \parallel PQ$
(đây là cách chứng minh một tứ giác là hình thang)

Từ đó suy ra các đường thẳng song song (2 cạnh đáy và đường trung bình).

Tứ giác lồi ABCD có:

$$PA = PD; QB = QC;$$

$$PQ = \frac{AB + DC}{2}$$



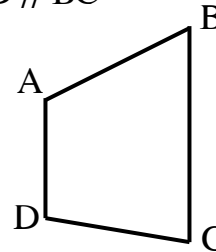
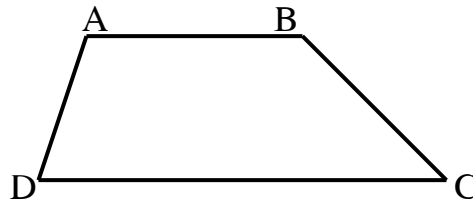
- Chứng minh D và E là hai trung điểm hai cạnh của tam giác.

- Chứng minh $DA = DB$ và $DE \parallel BC$

- Chứng minh $DE \parallel BC$ và $DE = \frac{1}{2} BC$

* Định nghĩa hình thang:

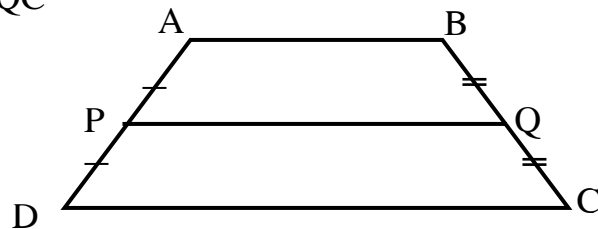
Tứ giác ABCD là hình thang \iff $\begin{cases} AB \parallel DC \\ AD \parallel BC \end{cases}$



* Định lý về đường trung bình của hình thang:

$$AB \parallel CD; PA = PB; QD = QC$$

$$\rightarrow \begin{cases} PQ \parallel AB \parallel DC \\ PQ = \frac{AB + CD}{2} \end{cases}$$



* Phương pháp chứng minh đường thẳng là đường trung bình của hình thang:

- Chỉ ra: $PA = PD; QB = QC; AB \parallel DC \rightarrow PQ \parallel AB \parallel DC$

- Chỉ ra: $PA = PD; PQ \parallel DC (DC \parallel AB) \rightarrow PQ$ là đường trung bình của hình

thang.

- Chỉ ra: $PA = PD; QB = QC; PQ = \frac{AB + DC}{2} \rightarrow AB // DC // PQ$

(đây là cách chứng minh một tứ giác là hình thang)

Từ đó suy ra các đường thẳng song song (2 cạnh đáy và đường trung bình).

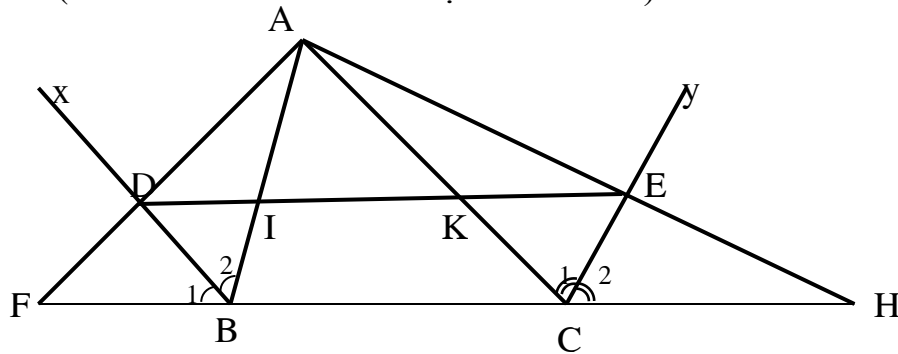
Tứ giác lồi ABCD có:

$PA = PD; QB = QC;$

$PQ = \frac{AB + DC}{2}$

Tính chất của trung tuyến trong tam giác như: Trọng tâm của tam giác cách đỉnh một khoảng bằng 2/3 trung tuyến đi qua đỉnh ấy, cách chân trung tuyến bằng 1/3 trung tuyến. Như vậy việc chia một trung tuyến ra thành ba phần bằng nhau có lợi ích cho việc xét trung điểm của các đoạn thẳng dẫn tới chỉ ra đường trung bình trong tam giác khác được thuận lợi hơn. Tuy nhiên khi chứng minh vấn đề trung điểm chỉ cần sử dụng tới các kiến thức liên quan khác.

Ví dụ: Cho ΔABC , gọi Bx và Cy là hai tia phân giác của hai góc ngoài đỉnh B và C. Dựng đường thẳng AD vuông góc với đường thẳng chứa tia Bx ($D \in Bx$) và đường thẳng AE vuông góc với đường thẳng chứa tia Cy ($E \in Cy$). Chứng minh rằng $DE // BC$. (Bài 120 – Tr143 – “Đề học tốt hình 7”)



Giáo viên có thể giúp học sinh tự suy xét bài toán tìm ra phương án giải quyết bài toán một cách hợp lý như sau:

Lời giải:

Gọi $F = AD \cap BC$ | + Muốn chứng minh $DE // BC$ ta cần chứng

$$H = AE \cap BC$$

Ta chứng minh DE là đường trung bình của ΔAFH .

Xét ΔBFA có $B_1 = B_2$ (gt)

$$BD \perp AF \text{ (gt)}$$

$\rightarrow \Delta BFA$ cân tại B có BD là đường cao \rightarrow BD là trung tuyến ứng với cạnh AF $\rightarrow DA = DF$ (1)

Tương tự ta chứng minh được:

ΔCAH cân tại C ($C_1 = C_2$; $CE \perp AH$)

$$\rightarrow EA = EH \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) ta có DE là đường trung bình của $\Delta AFH \rightarrow DE \parallel FH$ hay $DE \parallel BC$ (đpcm)

minh điều gì? (cm: $DE \parallel FH$)

+ Muốn chứng minh $DE \parallel FH$ ta chứng minh gì? (DE là đường trung bình của ΔAFH)

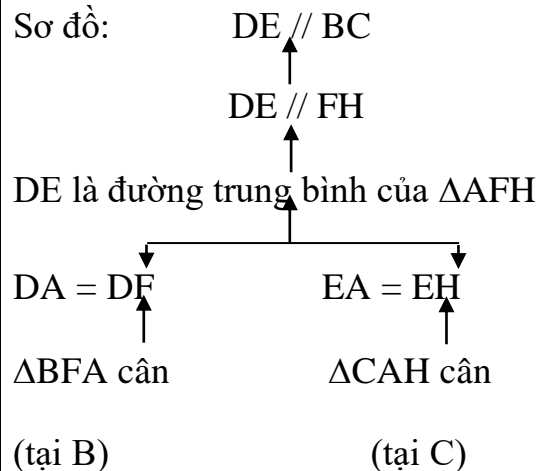
+ Muốn chứng minh DE là đường trung bình của ΔAFH ta chứng minh gì?

$$\text{cm: } \begin{cases} DA = DF \\ EA = EH \end{cases}$$

+ Để chứng minh $DA = DF$; $EA = EH$ ta chứng minh gì? (ΔBFA cân và ΔCAH cân)

+ Điều này suy ra được từ đâu?

Sơ đồ:



* *Nhận xét:* Với bài toán trên việc chứng minh sự song song của hai đường thẳng DE và BC dẫn tới việc chứng minh DE là đường trung bình của ΔAFH sẽ thuận lợi hơn việc chứng minh IK là đường trung bình của ΔABC ở chỗ: dễ dàng chứng minh được D, E là trung điểm của AF và AH. Khi đó mà nêu vấn đề chứng

minh IK là đường trung bình của ΔABC mà nghĩ đến việc chứng minh cho I, K là trung điểm của AB, AC sẽ gặp khó khăn.

Như vậy việc “lợi dụng” đường trung bình của ΔAFH tỏ ra linh hoạt hơn việc lợi dụng đường trung bình của ΔABC . Đó chính là một sáng tạo tìm tòi trong chứng minh.

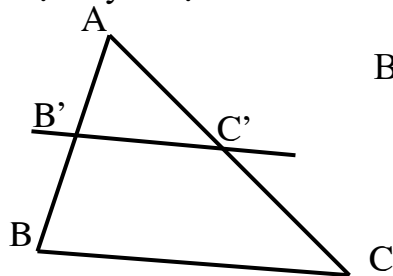
II.5. Cách 5: Lợi dụng các đoạn thẳng tỉ lệ trên hai cạnh của một tam giác.

Cơ sở lý thuyết (lý luận) của việc chứng minh hai đường thẳng song song theo cách lợi dụng các đoạn thẳng tỉ lệ trên hai cạnh của một tam giác hoặc trên hai cát tuyến phân biệt bất kì là nội dung của định lý Talet đảo.

II.5.1. Kiến thức sử dụng.

* Định lý Talet trong tam giác.

- Định lý thuận và đảo:



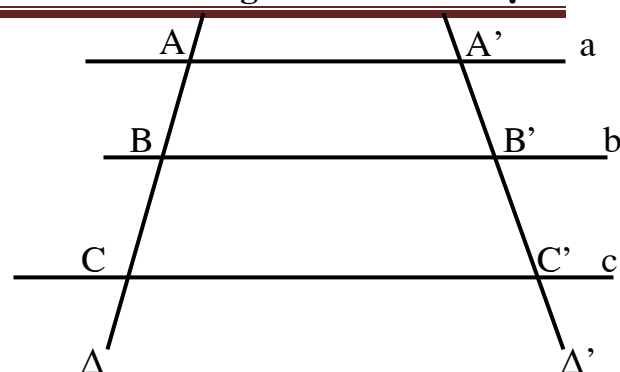
$$B'C' \parallel BC \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} \\ \frac{AB'}{BB'} = \frac{AC'}{CC'} \\ \frac{BB'}{AB} = \frac{CC'}{AC} \end{cases}$$

* Định lý Talet tổng quát

- Định lý thuận: Nếu nhiều đường thẳng song song định ra trên hai cát tuyến bất kỳ những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

- Định lý đảo: Cho hai đường thẳng song song a và b định ra trên hai cát tuyến Δ và Δ' các đoạn thẳng tương ứng AB và A'B'. Nếu một đường thẳng thứ ba cắt Δ và Δ' tại hai điểm tương ứng C và C' ở cùng phía đối với đường thẳng b thì có các đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'} \text{ thì } c \parallel a \parallel b$$



* *Nhận xét:* Định lý Talet đảo trong tam giác và định lý Talet đảo tổng quát cho ta phương pháp chứng minh hai đường thẳng song song.

* *Đoạn thẳng tỉ lệ và tính chất của tỉ lệ thức về đoạn thẳng.*

+ AB và CD tỉ lệ với A'B' và C'D' $\Leftrightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}$

+ Tính chất của tỉ lệ thức:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'} \Rightarrow \begin{cases} (1) & AB \cdot C'D' = CD \cdot A'B' \\ (2) & \frac{AB}{A'B'} = \frac{CD}{C'D'} \\ (3) & \frac{AB \pm CD}{CD} = \frac{A'B' \pm C'D'}{C'D'} \\ (4) & \frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'} = \frac{AB \pm CD}{A'B' \pm C'D'} \end{cases}$$

(AB > CD; A'B' > C'D';
CD > C'D')

* *Kinh nghiệm giải toán:*

Để chứng minh các đường thẳng song song bằng cách vận dụng định lý Talet đảo trong tam giác và định lý đảo tổng quát, ta cần chú ý đến việc chứng minh một trong các tỉ lệ thức về bốn đoạn thẳng định ra trên hai cạnh của tam giác hay trên hai cát tuyến. Tuy nhiên trong khi chứng minh hai tỉ số đoạn thẳng bằng nhau, ta thường biến đổi tỉ số đều bằng một tỉ số thứ ba, khi biến đổi như vậy ta thường lợi dụng sự song song của các đường thẳng đã cho (ở giả thiết), vận dụng định lý Talet thuận để có được tỉ lệ thức cần thiết. Hoặc đôi khi ta còn vận dụng tính chất của tỉ lệ thức để biến đổi thành tỉ lệ thức mới của các đoạn thẳng dẫn tới tỉ lệ thức cần chứng minh.

II.5.2. Phương pháp dạy học.

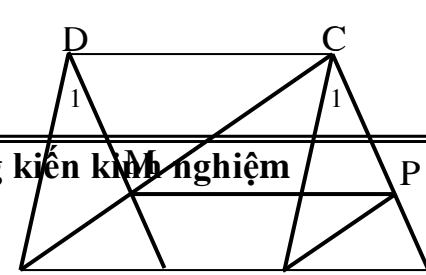
- Đây là bài toán khó trong hình học bậc THCS vì học sinh thường quen với phương pháp chứng minh về góc lợi dụng các đường thẳng song song trong tam giác, tứ giác để dẫn tới chứng minh được hai đường thẳng song song nên sự cảm nhận bằng trực giác học sinh cảm thấy trực quan hơn. Ở phương pháp này vấn đề chứng minh song song lại quy về chứng minh một hệ thức (1 tỉ lệ thức) về các đoạn thẳng mang tính gián tiếp và phần nào có “dáng dấp” của bài toán số học nên học sinh gặp nhiều khó khăn. Để khắc phục những hạn chế này, giáo viên nên chú trọng cho học sinh các phép biến đổi về tỉ lệ thức (tính chất tỉ lệ thức), khái niệm về đoạn thẳng tỉ lệ) chú ý tới tính tương ứng của đoạn thẳng), rèn cho học sinh có thói quen trong việc ghi chép các ký hiệu chính xác đúng thứ tự, lập tỉ lệ thức về đoạn thẳng chính xác. Có nhiều bài toán ngay từ đầu học sinh khó lập được tỉ lệ thức trung gian để đi đến điều chứng minh, giáo viên nên hướng dẫn học sinh kẻ thêm hình phụ hợp lý (như kẻ thêm đường song song) để có được tỉ lệ thức cần thiết.

- Giáo viên chú ý tới việc hướng dẫn học sinh tìm ra cách chứng minh bằng việc lập sơ đồ phân tích (đi từ cái chứng minh đến cái phải tìm), song cần có những bài toán nêu vấn đề (nhỏ) giúp học sinh phát hiện một cách sáng tạo trong việc tìm tòi vẽ hình phụ.

- Chú ý hình thành dần cho học sinh những kinh nghiệm như: lập tỉ lệ thức đúng, vẽ thêm đường phụ phù hợp, biến đổi tỉ số linh hoạt ...

Ví dụ: Cho hình thang ABCD, có đáy nhỏ là CD. Từ D kẻ đường thẳng song song với cạnh bên BC cắt AC tại M. Từ C kẻ đường thẳng song song với cạnh bên AD cắt đáy AB tại F. Qua F kẻ đường thẳng song song với đường chéo AC cắt cạnh bên BC tại P. Chứng minh rằng: $MP \parallel AB$

(Bài 160 – học tốt hình học 8)

	Hthang ABCD ($AB \parallel CD$)
	GT $CD < AB$; $PF \parallel AC$
<p>Sáng kiến kinh nghiệm</p> <p>- 37 -</p>	$DK \parallel BC$; $GE \parallel AD$ Đặng Thị Hương $M = DK \cap AC$; $P = FP \cap CB$

A

Hướng dẫn giúp học sinh giải toán:

- Muốn chứng minh $MP \parallel AB$ ta nên chứng minh điều gì?

- Giáo viên để học sinh tự suy xét rồi gợi ý học sinh theo hướng vận dụng định lý Talét đảo trong tam giác.- Như vậy việc chứng minh $MP \parallel AB$ ta đã quy về chứng minh tỉ lệ thức nào?

$$\frac{AM}{MC} = \frac{BP}{PC}$$

(Cho học sinh chọn các tỉ lệ thức rồi đi đến 1 tỉ lệ thức phù hợp)

- Làm thế nào để chứng minh hai tỉ số trên bằng nhau?

(Gợi ý cho học sinh nghĩ đến chứng minh: hai tỉ số cùng bằng một tỉ số thứ ba hoặc biến đổi (1) = k; (2) = q rồi chứng minh k = q)

- Học sinh tự mình giải quyết bài toán.

Lời giải:

<p>Ta chứng minh: $\frac{AM}{MC} = \frac{BP}{PC}$</p> <p>Áp dụng định lý Talét đảo trong ΔABC ta có:</p> $\frac{AM}{MC} = \frac{AK}{KB}$ <p>(vì $DK \parallel BC \rightarrow MK \parallel BC$)</p> <p>Tương tự Áp dụng định lý Talét đảo</p> $\frac{BP}{PC} = \frac{BF}{FA}$	<p>Cm: $MP \parallel AB$</p> <p>Cm: $\frac{AM}{MC} = \frac{BP}{PC}$</p> <p>Cm: $\frac{AK}{KB} = \frac{BF}{FA}$</p> <p>Cm: $\left. \begin{array}{l} \frac{AM}{MC} = \frac{BP}{PC} \\ \frac{AK}{KB} = \frac{BF}{FA} \end{array} \right\} AK = FB$</p>
---	---

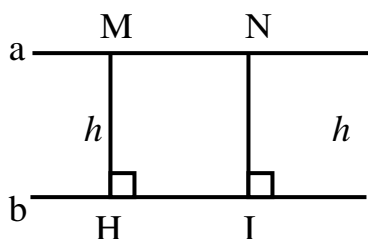
<p>trong ΔABC ta có:</p> <p>(do $FP \parallel AC$)</p> <p>Ta cần chứng minh: $\frac{AK}{KB} = \frac{BF}{FA}$</p> <p>Thật vậy $\Delta ADK = \Delta FCB$ vì:</p> <p>$D_1 = C_2$ (góc có cạnh tương ứng song song)</p> <p>$AD = CF$ ($ADCF$ là hình bình hành)</p> <p>$DK = BC$ ($KDCB$ là hình bình hành)</p> <p>$\rightarrow AK = BF$</p> <p>Mặt khác: $AF = KB$ (là hai cạnh của hình bình hành cùng $= DC$)</p> <p>Vậy $\frac{AK}{KB} = \frac{BF}{FA} \rightarrow \frac{AM}{MC} = \frac{BP}{PC}$</p> <p>$\rightarrow MP \parallel AB$</p>	<p>$KB = FA$</p> <p>* Chú ý: việc chứng minh $AK = FB$ có thể lợi dụng qua chứng minh $AF = KB$ (sử dụng đoạn chung KF) rồi suy ra:</p> <p>$AK + KF = FB + KF (= DC)$</p> <p>$\rightarrow AK = FB$</p>
--	--

* *Nhận xét:* Qua ví dụ trên ta thấy để chứng minh sự song song của hai đường thẳng, ta đã chứng minh một hệ thức về đoạn thẳng (tỉ lệ thức). Song việc chứng minh hai tỉ số bằng nhau (tỉ lệ thức) ta đã nhờ vào sự song song có sẵn (vận dụng định lý Talet thuận) để suy ra tỉ lệ thức có chứa tỉ số cần chứng minh. Từ đó ta đi tới điều chứng minh thông qua phép biến đổi như chứng minh tiếp hai tỉ số tương ứng bằng nhau, hoặc thực hiện phép nhân (chia) các tỉ số ở hai vế tương ứng của hai tỉ lệ thức \rightarrow tỉ lệ thức cần chứng minh.

Như vậy, với bài toán kiểu trên ta đã vận dụng cả định lý thuận và đảo của định lý Talet (dựa vào sự song song cũ chứng minh sự song song mới).

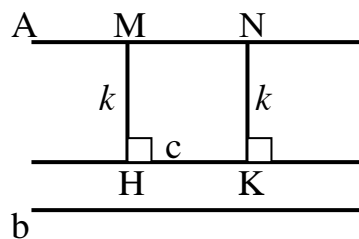
* *Chú ý:* Ngoài 5 cách thường dùng (đã nêu trên)

- Ta có thể sử dụng các kiến thức như: “quỹ tích đường thẳng” để chứng minh hai đường thẳng song song, theo cách này ta phải chỉ ra có hai điểm thuộc một đường thẳng a cần chứng minh song song với đường thẳng b bao giờ cũng cách b một khoảng không đổi hoặc cách một đường thẳng c song song với b một khoảng không đổi.



$$M, N \in a; MH = NI = h$$

$$\rightarrow a // b$$



$$M, N \in a; c // b; MH = NK = k$$

$$\rightarrow a // b$$

- Trường hợp khác ra có thể chứng minh đường thẳng (đoạn thẳng) thuộc vào một đường thẳng cố định song song với đường thẳng cần chứng minh.

$$\text{Đoạn } AB \text{ có: } A \in a; B \in a; a // b \rightarrow AB // b$$

- Một phương pháp gián tiếp để chứng minh sự song song đó là phương pháp chứng minh bằng phương pháp phản chứng (ta dựa vào định nghĩa hai đường thẳng song song).

- Có trường hợp ta có thể sử dụng hai đỉnh liên tiếp của hai tam giác chung đáy có diện tích bằng nhau \rightarrow hai đỉnh thuộc đường thẳng song song với đáy.

CHƯƠNG III: ỨNG DỤNG CỦA CHỨNG MINH SỰ SONG SONG

VÀO BÀI TOÁN CHỨNG MINH NHIỀU ĐIỂM THẲNG HÀNG

Chương này muốn đề cập tới một trong những lợi ích của việc chứng minh các đường thẳng (đoạn thẳng) song song vào bài toán chứng minh nhiều điểm nằm trên một đường thẳng (thẳng hàng).

Như vậy để chứng minh nhiều điểm cùng thuộc một đường thẳng (thẳng hàng), ta quy về bài toán chứng minh sự song song. Chẳng hạn muốn chứng minh A, B, C thẳng hàng, ta có thể chứng minh cho:

$$AB // a \text{ và } AC // a \text{ (hoặc } BA // a \text{ và } BC // a \text{ hoặc } AC // a \text{ và } BC // a)$$

Với chứng minh bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng ta cũng làm tương tự, song cần chú ý tất cả các đoạn thẳng cần chứng minh song song với một đường thẳng ít nhất có một điểm chung.

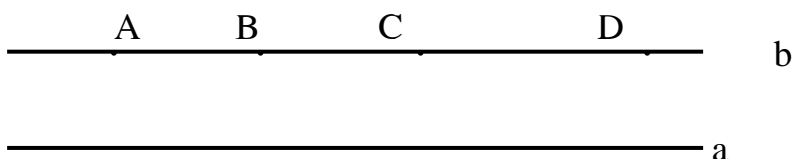
III. 1. Kiến thức liên quan.

Tiên đề oclit:

- Qua một điểm nằm ngoài một đường thẳng chỉ có một đường thẳng song song với đường thẳng ấy.

Từ đây, khi vận dụng vào giải toán chứng minh nhiều điểm thẳng hàng, ta quy về việc chứng minh nhiều đường thẳng có chung một điểm cùng song song với đường thẳng.

- Cách chứng minh nhiều điểm thẳng hàng (theo tiên đề Ôclit):



Để chứng minh A, B, C, D thẳng hàng ta chứng minh:

$$\left. \begin{array}{l} \{ AB // a \} \\ \{ BC // a \} \\ \{ CD // a \} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow A, B, C \text{ thẳng hàng} \\ \rightarrow B, C, D \text{ thẳng} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \{ AB // a \} \\ \{ BC // a \} \\ \{ CD // a \} \end{array}} \right\} \rightarrow A, B, C, D \in b$$

Hoặc chứng minh: $\left\{ \begin{array}{l} AD // a \\ AB // a \\ CD // a \end{array} \right.$

Hoặc chứng minh: $\left\{ \begin{array}{l} AB // a \\ AC // a \\ AD // a \end{array} \right.$ v.v....

III.2. Phương pháp dạy học:

- Trước hết qua việc học tiên đề Ôclit và các hệ quả của tiên đề, giáo viên xây dựng cho học sinh một phương pháp chứng minh nhiều điểm nằm trên một đường thẳng bằng cách vận dụng tiên đề Ôclit.

- Khi chứng minh sự song song đòi hỏi học sinh phải chú ý tới các phương pháp chứng minh song song (đã nói ở trên).

- Cần chú ý những sai lầm khi chứng minh sự thẳng hàng theo cách chứng minh sự song song ở chỗ: học sinh dễ bị sai lầm với trường hợp có nhiều điểm (≥ 4).

Ví dụ: Chứng minh: A, B, C, D thẳng hàng.

Học sinh chỉ chứng minh: $\begin{cases} AB // a \\ CD // a \end{cases}$

III.3. Các ví dụ:

III.3.1. Ví dụ 1: Cho đường tròn tâm O, đường kính AB, lấy C bất kì trên đoạn AB. Từ trung điểm M của AC, vẽ đường vuông góc với đoạn thẳng đó cắt đường tròn ở E và D; vẽ CF vuông góc với BD.

Chứng minh ba điểm E, C, F thẳng hàng.

* Giáo viên giúp học sinh suy xét tìm

đường lối chứng minh E, C, F thẳng hàng.

Học sinh đưa ra nhiều cách giải quyết khác

nhau, giáo viên chú ý học sinh thử làm theo

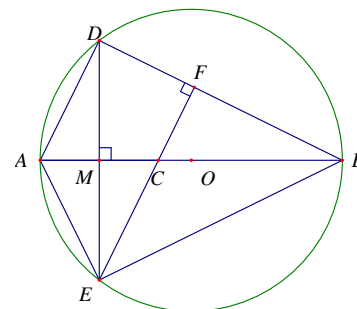
cách chứng minh cho CE và CF cùng song song

với một đường thẳng. Gợi ý học sinh khi có $CF \perp DB$, muốn chứng minh

$CF // AD$ ta chỉ cần chỉ ra điều gì? ($AD \perp DB$).

Việc còn lại là học sinh chỉ việc chứng minh cho $CE // AD$, đến đây học sinh gặp lúng túng trong việc chỉ ra 2 góc bằng nhau, giáo viên nên gợi ý cho học sinh nhận xét gì về tứ giác ADCE.



(Dễ dàng chứng minh được tứ giác ADCE là hình thoi vì có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường và vuông góc với nhau).



Từ đó $\rightarrow CE \parallel AD$, kết hợp $\rightarrow đpcm$.

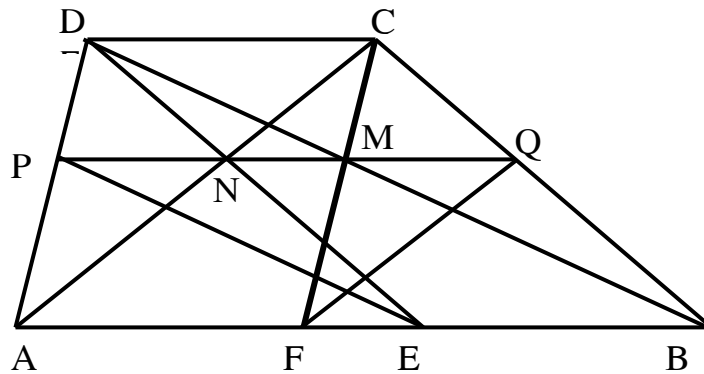
$CE \parallel AD$
 $CF \parallel AD$ $\rightarrow CE, CF$ cùng thuộc một đường thẳng (tiên đề Ôclit)

Hay C, E, F thẳng hàng.

Lời giải	Tìm đường lối cm
Ta cm cho $CE \parallel AD$ và $CF \parallel AD$	
Nối A với D ta có: $\angle ADB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)	Cm: C, E, F thẳng hàng 
$\rightarrow AD \perp BD$ mặt khác $CF \perp BD$ (gt)	Cm: $CF \parallel AD$ và $CE \parallel AD$ 
$\rightarrow CF \parallel AD$ (1) (cùng vuông góc với đường thẳng BD)	
Ta có tứ giác ADCE là hình thoi (có hai đường chéo vuông góc và cắt nhau tại trung điểm mỗi đường)	Cm: $\left\{ \begin{array}{l} AD \perp BD \\ CF \perp BD \end{array} \right. \quad ADCE \text{ là hình thoi}$
$\rightarrow CE \parallel AD$ (2)	
Từ (1) và (2) $\rightarrow C, E, F$ thẳng hàng	

III.3.2. Ví dụ 2: Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$; $AB > DC$). Gọi F là đỉnh thứ 4 của hình bình hành ADCF; E là đỉnh thứ 4 của hình bình hành DCBE. Gọi M là giao điểm của BD và CF; N là giao điểm của AC và DE. Qua E kẻ đường thẳng song song với BD cắt AD tại P. Qua F kẻ đường thẳng song song với AC cắt BC tại Q.

Chứng minh M, N, P, Q cùng nằm trên một đường thẳng song song với AB (Ôn tập toán 8).



Trước hết giáo viên yêu cầu học sinh “thiết kế” phương hướng chứng minh P, N, M, Q thẳng hàng.

Gợi ý học sinh nêu được cách chứng minh bằng việc chứng minh các đoạn thẳng cùng song song với AB (đôi một ít nhất chung một điểm).

Chẳng hạn chứng minh: $PN \parallel AB$; $MQ \parallel AB$ và $QN \parallel AB$ hoặc chứng minh: $PN \parallel AB$; $MN \parallel AB$ và $MQ \parallel AB$; ...

Để chứng minh được $PN \parallel AB$ chẳng hạn thì học sinh phải nghĩ tới chứng minh một tỉ lệ thức thích hợp như chứng minh: $\frac{PD}{PA} = \frac{DN}{NE}$ (1)

Muốn chứng minh (1) phải nghĩ đến việc thay thế $\frac{BD}{PA} = \frac{?}{?}$ (*) từ đó suy ra tỉ số cần chứng minh: $\frac{DN}{NE}$

{Muốn làm được (*) phải huy động kiến thức nào (sử dụng sự song song cho trước)}

Chẳng hạn khi chứng minh $PN \parallel AE$ ta cần chứng minh: $\frac{PD}{PA} = \frac{DN}{NE}$

Ta có thể biến đổi như sau:

$$\frac{PD}{PA} \xrightarrow{(PE \parallel BD)} \frac{EB}{EA} \xrightarrow{(DC = EB)} \frac{DC}{AE} \xrightarrow{(DC \parallel AE)} \frac{DN}{EN}$$

→ đpcm $PN \parallel AB$ (2)

Cũng làm tương tự như trên học sinh cũng có thể chứng minh được $MN \parallel AB$

như sau:

$$\frac{CN}{NA} \stackrel{(DC \parallel AE)}{=} \frac{DC}{AE} \stackrel{(AF = EB)}{=} \frac{DC}{FB} \stackrel{(DC \parallel FB)}{=} \frac{MC}{MF}$$

$$\rightarrow \frac{NC}{NA} = \frac{MC}{MF} \rightarrow MN \parallel AF \text{ (hay } MN \parallel AB) \text{ (3)}$$

Cuối cùng chứng minh cho $MQ \parallel AB$, học sinh sẽ làm giống như chứng minh

$PN \parallel AE$

$$\frac{MC}{FM} \stackrel{?}{=} \frac{DC}{FB} \stackrel{?}{=} \frac{AF}{FB} \stackrel{?}{=} \frac{CQ}{QB}$$

$$\rightarrow QM \parallel FB \rightarrow QM \parallel AB \text{ (4)}$$

Từ (2), (3), (4) ta đi đến kết luận: bốn điểm M, N, P, Q cùng nằm trên một đường thẳng.

Làm tương tự như trên học sinh có thể giải được bài toán trên theo những cách khác nhau.

Lời giải:

$$\text{Cách 1: Chứng minh: } \begin{cases} PN \parallel AB \\ MN \parallel AB \\ MQ \parallel AB \end{cases}$$

* Chứng minh $PN \parallel AB$ (1)

$$\text{Trong } \triangle ADB \text{ có } PE \parallel BD \rightarrow \frac{PD}{PA} = \frac{BE}{AE} \text{ (*)}$$

Do $EB = DC$ (DCBE là hình bình hành)

$$\text{Nên } \frac{BE}{AE} = \frac{DC}{AE} \text{ (**)} \quad ; \quad \frac{DC}{AE} = \frac{DN}{NE} \text{ (***) (DC \parallel AE)}$$

Từ (*), (**), (***)

$$\rightarrow \frac{DP}{PA} = \frac{DN}{NE} \rightarrow PN \parallel AE \text{ (PN \parallel AB)}$$

* Chứng minh: $MN \parallel AB$ (2)

Ta có: $\frac{NC}{NA} \stackrel{?}{=} \frac{DC}{AE} \stackrel{?}{=} \frac{DC}{FB} \stackrel{?}{=} \frac{MC}{MF}$

$\rightarrow \frac{NC}{NA} = \frac{MC}{MF}$

$\rightarrow MN // AF \quad (MN // AB)$

* Chứng minh: $MQ // AB$ (3)

Ta có: $\frac{MC}{FM} \stackrel{?}{=} \frac{DC}{FB} \stackrel{?}{=} \frac{AF}{FB} \stackrel{?}{=} \frac{CQ}{QB}$

$\rightarrow MQ // FB \rightarrow MQ // AB$

Từ (1), (2), (3) $\rightarrow M, N, P, Q$ cùng thuộc một đường thẳng song song với AB
 ($\Leftrightarrow M, N, P, Q$ thẳng hàng)

*Cách 2: Chứng minh: $\left\{ \begin{array}{l} PN // AB \\ QN // AB \\ MQ // AB \end{array} \right.$

Ở đây chỉ khác cách 1 ở chỗ chứng minh $NQ // AB$

Ta có: $\frac{CN}{NA} \stackrel{?}{=} \frac{DC}{AE} \stackrel{?}{=} \frac{AF}{FB} \stackrel{?}{=} \frac{CQ}{QB}$

$\rightarrow \frac{CN}{NA} = \frac{QC}{OB}$

$\rightarrow NQ // AB$

Cách 3:

Chứng minh $\left\{ \begin{array}{l} PN // AB \\ PM // AB \\ MQ // AB \end{array} \right.$

(Làm tương tự)

* *Nhận xét*: Như vậy ta đã chứng minh nhiều điểm cùng thuộc một đường thẳng (thẳng hàng) thông qua việc chứng minh các đoạn thẳng cùng song song với một đường thẳng. Mà việc chứng minh sự song song ta lại sử dụng các phương pháp chứng minh các đường thẳng song song (nêu ở chương trước). Trong đó đặc

biệt chú ý tới cách chứng minh bằng việc lợi dụng các đoạn thẳng tỉ lệ để rút ra được tỉ lệ thức, ta lại nhờ vào giả thiết song song đã cho trong bài toán (công cụ kiến thức là định lý Talet).

Tuy nhiên với nhiều cách giải khác nhau nhưng sự thống nhất là chỉ ra được nhiều điểm cùng thuộc một đường thẳng thông qua chứng minh nhiều đoạn thẳng cùng song song với một đường thẳng (các đoạn thẳng phải có điểm chung).

Bài toán chứng minh như ví dụ 2 đã giúp học sinh nêu được kỹ năng vận dụng định lý Talet, kỹ năng biến đổi tỉ lệ thức ... và giúp học sinh nắm được một phương pháp chứng minh nhiều điểm thẳng hàng. Qua đó thấy được lợi ích của chứng minh sự song song vào giải một bài toán chứng minh các điểm thẳng hàng.

CHƯƠNG IV: PHẦN THỰC NGHIỆM

IV.1. Các bài toán tổng hợp và lời giải.

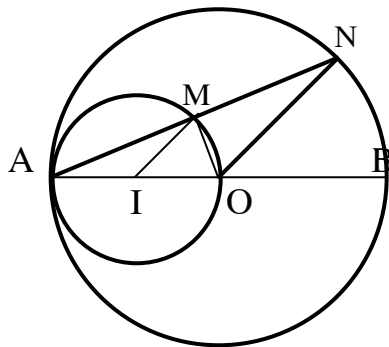
Bài 1: (Ôn tập hình học 9)

Cho đường tròn tâm O, đường kính AB; I là trung điểm của đoạn OA. Vẽ đường tròn tâm I đi qua A.

a. CMR: Các đường tròn tâm O và I tiếp xúc nhau tại A.

b. Một đường thẳng bất kì qua A cắt đường tròn tâm I tại M và đường tròn tâm O tại N. Chứng minh $IM \parallel ON$.

c. Chứng minh M là trung điểm của AN và $OM \parallel NB$.



	(O) đường kính AB
GT	IA = IO, (I, AI)
	$Ax \cap (I) = M$
	$Ax \cap (O) = N$
	a. (O) tiếp xúc với (I) tại A.
KL	b. $IM \parallel ON$
	c. $MA = MN; OM \parallel NB$

Giải:

a. Chứng minh (O) tiếp xúc với (I) tại A.

Gọi R là bán kính của đường tròn tâm O, đường tròn tâm I đi qua A có bán kính R/2. Vì A, I, O thẳng hàng và $AI = IO \rightarrow AI + IO = R$

$$\rightarrow OI = R - AI = R - R/2 = R/2$$

Vậy các đường tròn tâm (O) và (I) tiếp xúc trong với nhau tại A.

b. Chứng minh $IM \parallel ON$.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Từ các tam giác cân AIM và AON ta có:} \\ A = AMI \\ A = ANO \end{array} \right\} \Rightarrow AMI = ANO$$

Các đường thẳng IM và ON tạo với cát tuyến AN những góc đồng vị bằng nhau. Vậy $IM \parallel ON$.

c. Trong $\triangle AON$ vì $AI = IO$ và $IM \parallel ON$ nên IM là đường trung bình của $\triangle AON \rightarrow AM = MN$ (đpcm)

$$\text{Mặt khác: } \left. \begin{array}{l} ANB = 90^\circ \\ AMO = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} OM \perp AN \\ NB \perp AN \end{array} \right. \Rightarrow OM \parallel NB$$

* *Nhận xét:* Học sinh có thể chứng minh $IM \parallel ON$ theo một hướng khác:

Ta có: $AMO = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn tâm (I))

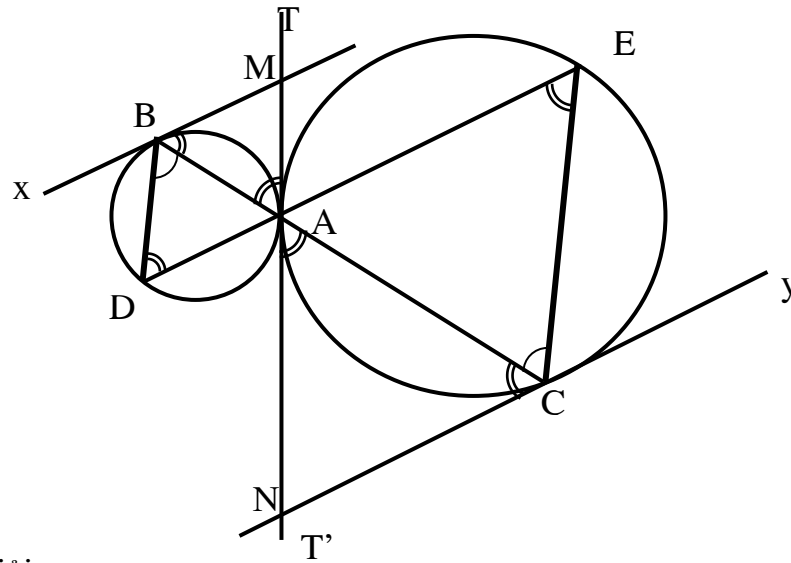
Do đó việc chứng minh $OM \parallel NB$ rất dễ dàng khi đã có: $OA = OB$; $MA = MN$ (cả hai phần chứng minh ta chỉ sử dụng một cách lợi dụng đường trung bình của tam giác)

Bài 2: Cho hai đường tròn tiếp xúc ngoài nhau tại A và T'AT là tiếp tuyến chung. Qua A vẽ hai cát tuyến BAC và DAE cắt đường tròn thứ nhất ở B và D; cắt đường tròn thứ hai ở C và E.

a. So sánh các $\angle DBA$ và $\angle ECA$ với $\angle TAE$. Từ đó chứng minh hai dây cung BD và EC song song với nhau.

b. CMR: Các tiếp tuyến tại B và C của hai đường tròn song song với nhau.

(Ôn tập toán 9)



Giải:

a. So sánh: DBA và ECA với TAE

$$\text{Ta có: } \angle DBA = \angle DAT' \text{ (cùng } = \frac{1}{2} \text{ số đo } \widehat{AE}) \Rightarrow \angle DAB = \angle TAE \quad (1)$$

Mà $\angle DAT' = \angle TAE$ (đối đỉnh)

Mặt khác có: $\angle ECA = \angle TAE$ (2) (cùng = $\frac{1}{2}$ số đo \widehat{AE})

Từ (1) và (2) $\rightarrow \angle ECA = \angle TAE = \angle DBA$

Do đó suy ra: $BD \parallel EC$

b. Chứng minh: $Bx \parallel Cy$

Ta chứng minh cho $B_1 = C_1$

Ta có: $\triangle AMB$ cân (tính chất tiếp tuyến) $\Rightarrow B_1 = A_1$

$\triangle ANC$ cân (tính chất tiếp tuyến $\Rightarrow C_1 = A_2$; $A_1 = A_2$ (đối đỉnh)

Từ đó $\Rightarrow B_1 = A_2 = C_1 \Rightarrow B_1 = C_1$

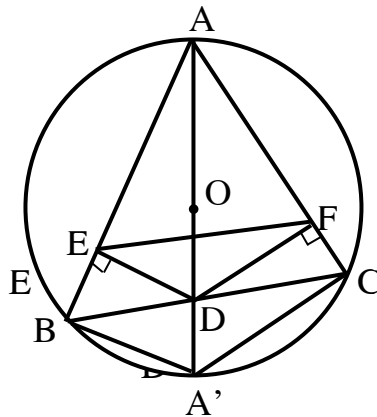
Vậy $Bx \parallel Cy$ (trường hợp có 1 cặp góc so le trong bằng nhau)

* *Nhận xét:* Học sinh có thể giải bài toán trên ở phần b theo một hướng khác như sau:

Ta có: $\Rightarrow B_1 = D_1$ (cùng = $1/2$ số đo \widehat{BA}), mà $\Rightarrow D = E$ (so le trong)

lại có: $E = C_1$ (= $1/2$ số đo \widehat{AC}) $\Rightarrow B_1 = C_1$.

Bài 3: Cho ΔABC nội tiếp trong đường tròn đường kính AA' . Đường kính này cắt dây cung BC tại D . Từ D kẻ DE vuông góc với AB và DF vuông góc với AC . Chứng minh: $EF \parallel BC$.



	ΔABC nội tiếp (O)
GT	đường kính AA'
	$AA' \cap BC = D$
	$DE \perp AB; DF \perp AC$
KL	$EF \parallel BC$

Giải: (theo hướng lợi dụng đoạn thẳng tỉ lệ)

Nối B với A' ; C với A' ta có: $\Rightarrow \widehat{ABA'} = \widehat{ACA'}$ (cùng = 90°)

(các góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Delta ABA'$ có $ED \parallel BA'$ (cùng vuông góc với AB)

$$\rightarrow \frac{AE}{EB} = \frac{AD}{DA'} \quad (1)$$

$$\Delta AA'C \text{ có } DF \parallel A'C \rightarrow \frac{AD}{DA'} = \frac{AF}{FC} \quad (2)$$

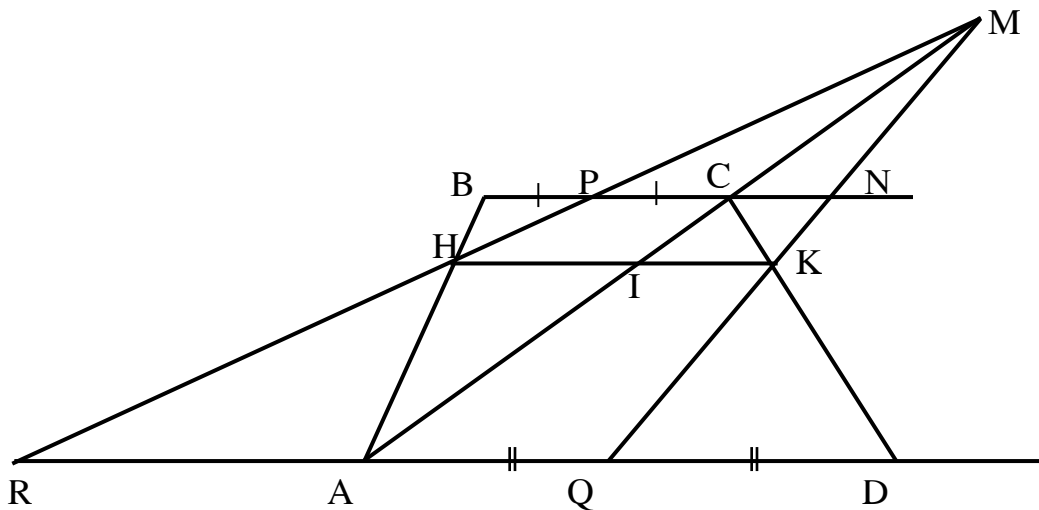
Từ (1) và (2)

$$\rightarrow \frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC} \rightarrow EF \parallel BC$$

* *Nhận xét:* Bài toán trên vận dụng định lý Talet thuận và đảo, ta thấy rất thuận tiện và nhanh chóng đi tới kết quả. Nhưng nếu bài toán giải theo hướng chỉ ra các cặp góc so le trong, đồng vị ... bằng nhau thì thật không đơn giản.

Bài 4: Cho hình thang ABCD có P và Q là trung điểm của hai đáy BC và AD. M là một điểm trên tia đối của tia CA. Các đường thẳng MP và MQ cắt hai cạnh bên AB và CD ở H và K. Chứng minh HK song song với đáy hình thang

(Bồi dưỡng toán 8)



Giải: Ta chứng minh:

Gọi $R = AD \cap MP$; $N = BC \cap MK$

$$\text{Do } BP \parallel RA \rightarrow \frac{HB}{HA} = \frac{PB}{RA}$$

$$\text{Do } PB = PC \text{ (gt)} \rightarrow \frac{HB}{HA} = \frac{PC}{RA}$$

$$\text{Trong } \Delta MRA \text{ có: } PC \parallel RA \rightarrow \frac{PC}{RA} = \frac{MC}{MA}$$

$$CN \parallel AQ \rightarrow \frac{MC}{MA} = \frac{CN}{AQ}$$

$$\left. \begin{array}{l} CN \cong QD \\ AQ \cong QD \end{array} \right\} \rightarrow \frac{CN}{AQ} = \frac{CN}{QD} = \frac{CK}{KD}$$

Từ các đẳng thức trên ta có:

$$\frac{BH}{CK} = \frac{PC}{CK} = \frac{MC}{CK} = \frac{CN}{CK} = \frac{CN}{CK}$$

Suy ra:
$$\frac{HB}{HA} = \frac{CK}{KD}$$

Vậy $HK \parallel AD \parallel BC$

* *Nhận xét:* ở bài tập trên ta đã áp dụng định lý Talet vào nhiều tam giác suy ra tỉ lệ thức về các đoạn thẳng.

Một trong những kinh nghiệm để chứng minh hệ thức, ta thường bắt đầu từ một tỉ số ở vế trái hoặc phải thế bằng các tỉ số khác liên tục cho đến tỉ số cuối cùng (chính là vế còn lại); hoặc có khi ta biến đổi cả hai tỉ số cùng bằng một tỉ số thứ ba; hoặc có thể biến đổi hai tỉ số cùng bằng hai tỉ số khác sau đó chứng minh hai tỉ số khác đó bằng nhau.

Học sinh có thể giải bài toán trên bằng cách khác như sau:

Chứng minh $IK \parallel AD$; vì $I \in HK \rightarrow HK \parallel AD \parallel BC$. Bằng cách chứng minh:

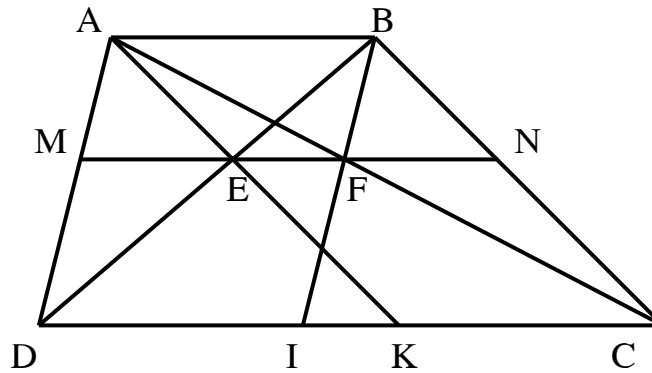
$$\frac{IC}{AI} = \frac{CK}{KD}$$

Bài 5: Cho hình thang ABCD có đáy lớn CD. Qua A kẻ đường thẳng $AK \parallel BC$, qua B kẻ đường thẳng $IB \parallel AD$; BI cắt AC ở F; AK cắt BD ở E. Chứng minh rằng:

a. $EF \parallel AB$

b. $AB^2 = CD \cdot EF$

(Bồi dưỡng toán 8)



Giải:

a. Ta chứng minh $EF // AB \Leftrightarrow EF // CD \Leftrightarrow EF // DI$

$$\Leftrightarrow \frac{EB}{ED} = \frac{FB}{FI}$$

Gọi M, N là giao điểm của EF với AD và BC

Ta có: $\frac{EB}{ED} = \frac{AB}{DK} \quad (1) \quad (AB // DC \rightarrow AB // DK)$

$$\frac{BF}{FI} = \frac{AB}{IC} \quad (2) \quad (AB // CD \rightarrow AB // IC)$$

Trong đó: $DI = KC$ (do $DI = AB$; $KC = AB$)

$$\rightarrow DK = ID + IK = KC + IK = IC \rightarrow DK = IC \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) ta có: $\frac{EB}{ED} = \frac{FB}{FI}$

Vậy $EF // DC // AB$

b. Ta chứng minh: $\left\{ \begin{array}{l} \frac{EB}{ED} = \frac{FB}{FI} \\ \frac{AB}{EF} = \frac{CD}{AB} \end{array} \right. \Leftrightarrow AB^2 = CD \cdot EF$

Ta có:

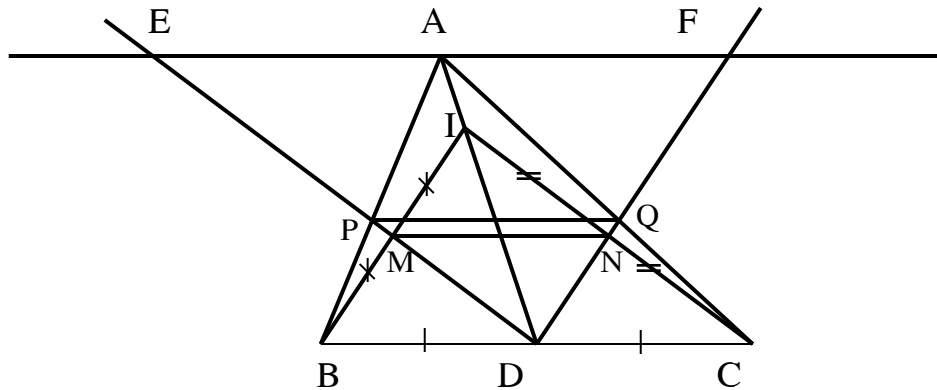
$$\frac{AB}{EF} = \frac{OA}{OF} = \frac{OD}{OB} = \frac{DC}{AB} (*)$$

(vì $AB \parallel EF$ (cm trên); $FB \parallel AD$; $AB \parallel CD$)

Từ (*) $\rightarrow \frac{AB}{EF} = \frac{DC}{AB}$ hay $AB^2 = CD \cdot EF$ (đpcm)

Bài 6: (Đề thi học sinh giỏi)

Cho ΔABC , I là một điểm thuộc trung tuyến AD (I không trùng với A và D).
M, N lần lượt là trung điểm của BI và CI; đường thẳng DM cắt AB tại P; DM cắt AC tại Q. Chứng minh $PQ \parallel BC$.



Giải:

Kẻ qua A đường thẳng song song với BC cắt DP, DQ tại E và F.

Ta chứng minh: $\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$

Thật vậy, ta có:

$$\frac{AP}{PB} = \frac{AE}{BD} \quad (1)$$

$$\frac{AF}{DC} = \frac{AQ}{QC} \quad (2) \quad (DB = DC)$$

Ta có: ID là trung tuyến ΔBIC (vì AD là trung tuyến), lại có MN là đường trung bình của $\Delta BIC \rightarrow KM = KN$

$$\text{Mặt khác: } \frac{MK}{AE} = \frac{KN}{AF} (= \frac{KD}{AD}) \rightarrow AE = AF \quad (3)$$

Từ (1) (2) và (3)

$$\rightarrow \frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC} \rightarrow PQ // BC \text{ (đpcm)}$$

**Nhận xét:* Việc chứng minh sự song song ở bài tập 6 ta đã sử dụng các giả thiết song song, trung tuyến, đường trung bình tam giác rồi phối hợp với các tỉ lệ thức về đoạn thẳng suy ra tỉ lệ thức cần chứng minh và suy ra điều phải chứng minh.

IV.2. PHẦN THỰC NGHIỆM

Tiết 11 - : LUYỆN TẬP

I. Mục tiêu:

1. Kiến thức: - Học sinh nắm vững quan hệ giữa 2 đường thẳng cùng vuông góc hoặc cùng song song với 1 đường thẳng thứ ba.

2. Kỹ năng: - Rèn kỹ năng phát biểu gãy gọn 1 mệnh đề toán học

3. Thái độ: - Bước đầu tập suy luận.

II. Chuẩn bị:

- Giáo viên : Thước thẳng, thước đo góc, êke
Bảng phụ

- Học sinh : Thước thẳng, thước đo góc, êke

III. Phương pháp:

- Thảo luận nhóm.

- Vấn đáp, trực quan.

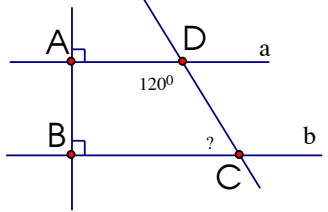
- Làm việc với sách giáo khoa.

IV. Tiến trình bài dạy

1. ổn định tổ chức: (1Phút) - ổn định trật tự
- Kiểm tra sĩ số

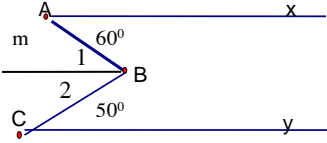
2. Kiểm tra bài cũ: (7')

- Học sinh 1: Phát biểu tính chất quan hệ giữa tính vuông góc với tính song song. Ghi bằng kí hiệu.

<p>học sinh làm bài tập 45</p> <p>- Gọi học sinh đọc và tóm tắt bài toán</p>	<p>- 1 học sinh lên bảng tóm tắt bài toán:</p> <table border="1" data-bbox="553 258 964 432"> <tr> <td>Cho</td> <td>d', d'' phân biệt $d' // d; d'' // d$</td> </tr> <tr> <td>Suy ra</td> <td>$d' // d''$</td> </tr> </table> <p>- Cả lớp suy nghĩ trả lời</p> <p>- 1 học sinh lên bảng trình bày</p>	Cho	d', d'' phân biệt $d' // d; d'' // d$	Suy ra	$d' // d''$	<p>a)</p> $\frac{a}{b}$ $\frac{c}{d}$ <p>b) $c // a$ vì $c // b$ và $b // a$</p> <p>c) 2 đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ 3 thì chúng song song với nhau</p>
Cho	d', d'' phân biệt $d' // d; d'' // d$					
Suy ra	$d' // d''$					
<p>- Giáo viên gọi học sinh đứng tại chỗ trả lời các câu hỏi trong SGK.</p>	<p>- Học sinh đọc và tóm tắt bài toán</p> <p>- Cả lớp làm việc theo nhóm</p> <p>- Đại diện nhóm lên làm</p> <p>- Lớp nhận xét</p>	<p>Bài tập 45 (tr98-SGK)</p> <p>a)</p> $\frac{d'}{d}$ $\frac{d''}{d}$ <p>b) Nếu d' cắt d'' tại $M \rightarrow M \in d$ vì $M \in d'$ và $d' // d$.</p> <p>- Qua M nằm ngoài d vừa có $d' // d$, vừa có $d'' // d \rightarrow$ trái với tiên đề Ô-clit vì theo tiên đề chỉ có 1 đường thẳng qua M và song song với d</p> <p>- Để không trái với tiên đề Ô-clit thì d' và d'' không thể cắt nhau $\rightarrow d' // d''$</p>				
<p>- GV: Yêu cầu học sinh làm bài tập 46</p> <p>- yêu cầu thảo luận theo nhóm</p>	<p>- Cho đường thẳng $a \perp AB$ $b \perp AB$</p> <p>đường thẳng CD cắt đường thẳng a tại D cắt b tại C và tạo với a 1 góc 120^0. Hỏi a có song song với b không.</p> <p>Tính $\angle BCD = ?$</p>	<p>Bài tập 46 (tr98-SGK)</p>  <p>a) $a // b$ vì $\begin{cases} a \perp AB \\ b \perp AB \end{cases}$</p> <p>b) Ta có $\angle D$ và $\angle C$ là 2 góc trong cùng phía</p> <p>mà $a // b \rightarrow \angle D + \angle C = 180^0$</p>				

? Phát biểu bằng lời bài toán trên.		$\begin{aligned} \rightarrow C &= 180^\circ - D \\ &= 180^\circ - 120^\circ \\ &= 60^\circ \\ \rightarrow C &= 60^\circ \end{aligned}$
-------------------------------------	--	--

Dạng 3: Rèn kỹ năng vẽ thêm đường phụ

<p>Đưa bài toán lên bảng</p> <p>- Hãy tạo ra một đường thẳng song song với hai đường thẳng đã cho</p>	<p>- Đọc bài toán xác định cái đã cho – cái phải tìm.</p> <p>-</p>	<p>Bài toán: Tính số đo góc $\angle ABC$ trên hình bên, trong đó $Ax // Cy$</p>  <p>Kẻ $Bm \parallel Ax$ $Bm // Ax$ $Cy // Ax$ } $\Rightarrow Bm // Cy$ (cùng song song với Ax)</p> <p>$Bm // Ax \Rightarrow \angle B_1 = \angle A = 60^\circ$ (Hai góc so le trong)</p> <p>$Bm // Cy \Rightarrow \angle B_2 = \angle c = 50^\circ$ (Hai góc so le trong).</p> <p>$\angle B_1 + \angle B_2 = 60^\circ + 50^\circ = 110^\circ$ vậy $\angle ABC = 110^\circ$.</p>
---	--	---

Hoạt động 3 - Cùng cố: (7')

* Muốn kiểm tra xem 2 đường thẳng a và b có song song với nhau hay không:

- ta vẽ 1 đường thẳng bất kì đi qua a và b, rồi đo xem 1 cặp góc so le trong có bằng nhau không, nếu bằng nhau thì a//b.
- Hoặc có thể kiểm tra 1 cặp góc đồng vị, cặp góc trong cùng phía có bù nhau không, nếu bù nhau thì a//b.
- Có thể vẽ đường thẳng c vuông góc với a rồi kiểm tra xem c có vuông góc với b không, nếu c vuông góc với b thì a//b.

Hoạt động 4 - . Hướng dẫn học ở nhà: (2')

- Học thuộc tính chất quan hệ giữa vuông góc và song song
- Ôn tập tiên đề O-clit và các tính chất về 2 đường thẳng song song
- Làm bài tập 47; 48 (tr98; 99 - SGK)
- Làm bài tập 35; 36; 37; 38 (tr80-SBT)

Rút kinh nghiệm:

- Phương pháp:
- Kiến thức:

TIẾT 13: LUYỆN TẬP(Hình học 8)**I. Mục tiêu**

1. Kiến thức: - Hoàn thiện và củng cố lí thuyết, học sinh hiểu sâu hơn về định nghĩa hình bình hành, nắm vững các tính chất của hình bình hành và các dấu hiệu nhận biết hình bình hành.

2. Kỹ năng: - Học sinh biết vận dụng tính chất của hình bình hành để suy ra các góc bằng nhau, các đoạn thẳng bằng nhau, vận dụng các dấu hiệu để nhận biết hình bình hành.

- Rèn kỹ năng chứng minh bài toán hình, các góc bằng nhau, các cạnh bằng nhau

3. Thái độ: - Cẩn thận, chính xác. lô gic

- Yêu thích môn học. Có ý thức vận dụng kiến thức giải quyết bài toán thực tế.

II. Chuẩn bị

- Giáo viên: PHT ghi nội dung bài tập, máy chiếu, thiết bị điện đi kèm

- Học sinh: Bảng nhóm, bút dạ, dụng cụ học tập.

III. Phương pháp

- Đàm thoại, gợi động cơ..., hoạt động cá nhân kết hợp hoạt động nhóm nhỏ.

IV. Tiến trình bài giảng

A. Ổn định lớp (1')

B. Kiểm tra bài cũ (4'):

1. Nêu các tính chất của hình bình hành?

2. Nêu các dấu hiệu nhận biết một tứ giác là hình bình hành?

C. Bài mới

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung
---------------------------	----------

Bài 6: Gv chiếu nội dung đề bài lên bảng:
Cho tứ giác ABCD. Gọi M, N, P, Q theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD và DA. Chứng minh rằng tứ giác MNPQ là hình bình hành.

? Hs lên bảng vẽ hình và viết gt, kl của bài tập hs dưới lớp cùng thực hiện → nhận xét.

? Học sinh chọn cách chứng minh tứ giác MNPQ là hình bình hành.

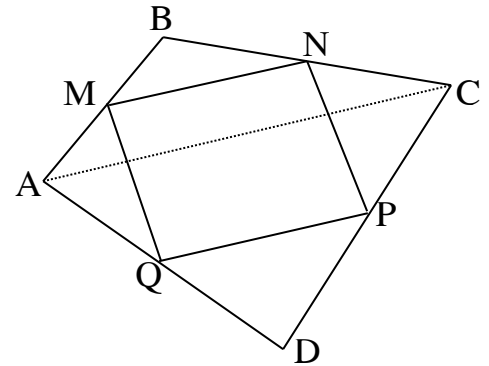
$$\left\{ \begin{array}{l} MN // PQ \\ MN = PQ \end{array} \right. \text{ (1) hoặc } \left\{ \begin{array}{l} MN // PQ \\ MQ // NP \end{array} \right. \text{ (2)}$$

Gv gợi ý phân tích sơ đồ cho học sinh bằng các câu hỏi và gv chiếu lần lượt các bước phân tích.

Cách 1:

$$\begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{l} MN // PQ \\ MN = PQ \end{array} \right. \\ \uparrow \\ \left\{ \begin{array}{l} MN // AC \\ MN = 1/2 AC \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} PQ // AC \\ PQ = 1/2 AC \end{array} \right. \\ \uparrow \qquad \qquad \qquad \uparrow \\ MN \text{ là đường } PQ \text{ là đường } \\ \text{trung } \text{bõnh} \text{ của } \text{bõnh} \text{ của } \Delta ADC \\ \uparrow \qquad \qquad \qquad \uparrow \\ \left\{ \begin{array}{l} MA = MB \\ NA = NC \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} PA = PD \\ QC = QD \end{array} \right. \end{array}$$

1. Bài (12')



	Tứ giác ABCD
GT	M, N, P, Q là trung điểm của AB, BC, CD, DA
KL	Tứ giác MNPQ hình

Chứng minh

Cách 1:

+ Xét ΔABC có:

$$\left\{ \begin{array}{l} MA = MB \\ NA = NC \end{array} \right.$$

→ MN là đường trung bình của ΔABC

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} MN // AC \\ MN = 1/2 AC \end{array} \right. \text{ (1)}$$

+ Xét ΔADC có:

$$\left\{ \begin{array}{l} PA = PD \\ QC = QD \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} QP // AC \\ PQ = 1/2 AC \end{array} \right. \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) → Tứ giác MNPQ có:

$$\left\{ \begin{array}{l} MN // PQ \\ MN = PQ \end{array} \right.$$

Cách 2:

$$\begin{matrix} & \left\{ \begin{matrix} MN // PQ \\ MQ // NP \end{matrix} \right. \\ & \uparrow \\ \left\{ \begin{matrix} MN // AC \\ PQ // AC \end{matrix} \right. & & \left\{ \begin{matrix} MQ // BD \\ NP // BD \end{matrix} \right. \\ \uparrow & & \uparrow \\ MN \text{ là đường trung bình của } \Delta ABC & & MQ \text{ là đường trung bình của } \Delta ABD \\ PQ \text{ là đường trung bình của } \Delta ADC & & NP \text{ là đường trung bình của } \Delta BCD \end{matrix}$$

? Hs lên bảng trình bày

? Nhận xét

Gv chiếu nội dung và chốt kiến thức.

Gv chiếu nội dung bài tập:

1. Cho ΔABC các đường cao BH, CK cắt nhau tại E . Qua B kẻ đường thẳng Bx vuông góc với AB , qua C kẻ đường thẳng Cy vuông góc với AC . Hai đường thẳng Bx và Cy cắt nhau tại D . Chứng minh tứ giác $BDCE$ là hình bình hành.

? Hs vẽ hình, viết gt và kl

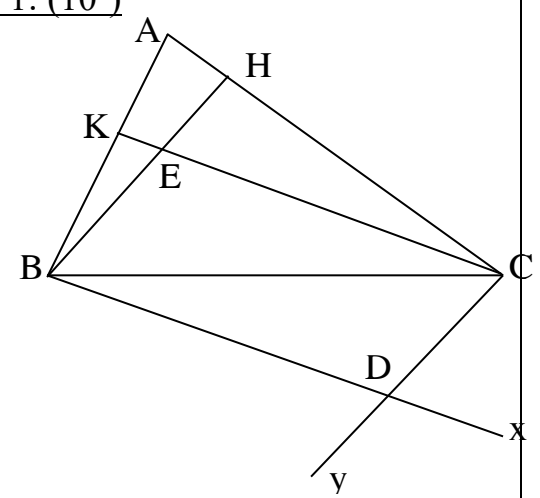
Gv chiếu hình vẽ và gt, kl cho hs đối chiếu.

Chia lớp thành 4 nhóm thảo luận và

Vậy tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.

Cách 2: (Học sinh tự trình bày)

2. Bài 1: (10')



	$\Delta ABC, BH \perp AC = H$
GT	$CK \perp AB = K, BH \cap CK = E$ $Bx \perp AB = B; Cy \perp AC = C$ $Bx \cap Cy = D$
KL	Tứ giác $BDCE$ là hình bình hành

chứng minh trên bảng nhóm (5')

Gv thu một bảng nhóm nhanh nhất làm đại diện (giả sử nhóm 2)

Các nhóm còn lại trao đổi chéo nhận xét.

? Nhận xét bài chứng minh của nhóm 2?

? Nêu những bổ sung, sửa chữa bài?

Gv đưa đáp án chuẩn lên màn hình.

Các nhóm khác đưa ra nhận xét bài chứng minh của các nhóm còn lại.

Gv chốt kiến thức: cách chứng minh hình bình hành

2. Cho hình bình hành ABCD, phân giác góc A cắt phân giác góc B và D lần lượt tại P và Q.

- a. Chứng minh: BP//DQ
- b. Phân giác góc C cắt BP và DQ lần lượt tại M, N. Chứng minh tứ giác MNPQ là hình bình hành.

? Gv yêu cầu hs vẽ hình và viết gt, kl vào vở.

Gv đưa hình vẽ cùng gt, kl lên màn chiếu.

Gv hướng dẫn hs phân tích bài tập bằng sơ đồ và chứng minh

Chứng minh

Ta có: Bx ⊥ AB (gt) → BD ⊥ AB

CK ⊥ AB (gt) → CE ⊥ AB

→ BD//CE (1)

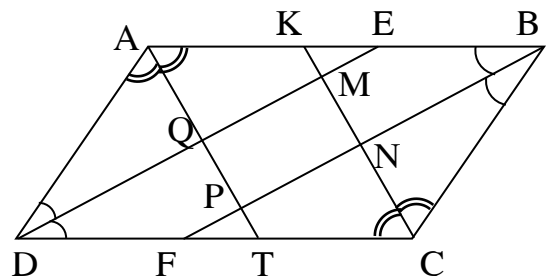
Lại có: BH ⊥ AC (gt) → BE ⊥ AC

Cy ⊥ AC (gt) → DC ⊥ AC

→ BE//DC (2)

Từ (1) và (2) → tứ giác BDCE là hình bình hành (có hai cặp cạnh đối song song)

3. Bài 2 (15')



	ABCD là hình bình hành
	AT, BF, DE, CK là phân giác của góc \widehat{A} , \widehat{B} , \widehat{D} , \widehat{C} ;
GT	$AT \cap BF = P$, $AT \cap DE = Q$
	$CK \cap BP = N$; $CK \cap DQ = M$
KL	a. BP//DQ
	b. MNPQ là hình bình hành

<p style="text-align: center;"> $BP//DQ$ \uparrow $BF//DE$ \uparrow $\widehat{ABF} = \widehat{AED}$ \uparrow $\widehat{AED} = \widehat{EDC} = \beta$ (slt) $\widehat{ABF} = 1/2 \widehat{ABC} = \beta$ (gt) </p> <p>b.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;"> <p>$MN//PQ$ \uparrow (Tương tự câu a)</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>$QM//PN$ \uparrow (C/m a)</p> </div> </div> <p style="text-align: center; margin-top: 10px;"> \uparrow MNPQ là hình bình hành </p>	<p>Chứng minh</p> <p>Đặt $\widehat{A} = \widehat{C} = 2\alpha$; $\widehat{D} = \widehat{B} = 2\beta$</p> <p>a. Ta có: $\widehat{ABF} = 1/2 \widehat{ABC} = \beta$ (1) (do BF là phân giác của \widehat{B})</p> <p>$AB//DC \rightarrow \widehat{AED} = \widehat{EDC}$ (so le trong)</p> <p>Mà $\widehat{EDC} = \beta$ (do DE là phân giác của góc D)</p> <p>$\rightarrow \widehat{AED} = \beta$ (2)</p> <p>Từ (1) và (2) $\rightarrow \widehat{ABF} = \widehat{AED}$ mà hai góc ở vị trí so le trong $\rightarrow DE//BF$ hay $BP//DQ$</p> <p>b. Có: $\widehat{BKC} = \widehat{KCD} = \alpha$; $\widehat{BAT} = \alpha$</p> <p>$\rightarrow \widehat{BKC} = \widehat{BAT} \rightarrow KC // AT$</p> <p>$\rightarrow MN // PQ$</p> <p>Xét tứ giác MMNPQ có:</p> <p>$MN//PQ$ (c/m trên)</p> <p>$QM//PN$ (c/m a $DQ//BP$)</p> <p>\rightarrow tứ giác MNPQ là hình bình hành.</p>
---	---

D. Củng cố và hướng dẫn về nhà (3’):

- Cách chứng minh tứ giác là hình bình hành thông qua các cặp cạnh song song có thể sử dụng các cách:

+ t/c đường trung bình của tam giác

- + t/c hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ 3.
- + t/c của các cặp góc so le trong, đồng vị bằng nhau.
- + t/c cạnh của hình bình hành.
- Làm tương tự các bài tập còn lại.
- Xem trước bài mới.

E. Rút kinh nghiệm

- Hoàn thành bài luyện tập.
- Học sinh hiểu bài, vận dụng tốt.
- Cần phân bố thời gian hợp lý hơn giữa các phần bài tập.

C. KẾT LUẬN.

Đề tài “Phát huy tính tích cực học tập của học sinh qua việc dạy giải bài toán chứng minh hai đường thẳng song song” phân nào đã đề ra được các phương pháp chứng minh hai đường thẳng (đoạn thẳng) song song trong bài toán chứng minh hình học bậc THCS. Đó chính là các cách giải quyết thông dụng để chứng minh “sự song song” trong hình học phẳng.

Bằng cách tổng hợp các phương pháp chứng minh đã giúp cho học sinh có cách nhìn nhận về đường lối giải quyết một bài toán cụ thể, trên cơ sở phân tích có suy xét có xuất phát điểm và có kết thúc, biết đề ra vấn đề cần giải quyết và biết tìm ra đường lối giải quyết vấn đề một cách linh hoạt khoa học. Qua đó giúp học sinh có được phương pháp chứng minh, hình thành ở học sinh những thói quen phân tích bài toán, suy xét tìm đường lối giải một bài toán, đồng thời rèn luyện được kỹ năng giải toán chứng minh hình học, rèn luyện các thao tác tư duy, tính sáng tạo trong giải toán, xây dựng cho học sinh có được phương pháp học tập môn khác.

Đề tài đã nêu lên được một số ứng dụng của các kiến thức cơ bản (định nghĩa, định lý, tính chất, tiên đề ...) vào việc giải một số bài tập chứng minh hình học ở dạng cụ thể. Nó thể hiện sinh động mối quan hệ giữa kiến thức và ứng dụng của nó vào bài tập (mối quan hệ giữa lý thuyết và thực hành), nó góp phần nâng cao chất lượng học tập môn hình học nói riêng và môn toán nói chung.

Xây dựng cho học sinh thói quen học tập có phương pháp khoa học, hình thành niềm tin trong học tập, gây hứng thú trong học tập và nghiên cứu. Chống thói quen giải toán theo cảm tính tự phát, không biết suy xét tìm đường lối chứng minh và cách trình bày lời giải một bài toán. Rèn cho học sinh khả năng tìm đường lối giải và khắc sâu được các kiến thức cơ bản, cung cấp cho học sinh được hệ thống

tri thức về phương pháp giúp cho “người học có bản lĩnh” hơn biết bắt đầu từ đâu và kết thúc ở đâu trong quá trình tư duy.

Đồng thời với việc nêu ra những cách chứng minh (thông dụng) đề tài còn nêu lên được những ứng dụng của việc chứng minh “sự song song” vào các bài toán khác trong hình học, như chứng minh nhiều điểm thẳng hàng để chứng minh sự đồng quy. Qua đó thể hiện được sự quan hệ sinh động giữa các dạng bài tập hình học.

Trong quá trình giảng dạy, tôi rút ra được một số kinh nghiệm sau:

- Trước khi giảng một bài toán chứng minh nói chung hay chứng minh “sự song song” nói riêng, nên hình thành cho học sinh suy xét (phân tích) tìm ra đường lối chứng minh. Bằng hệ thống các câu hỏi (theo sơ đồ phân tích đi lên) giúp cho học sinh tìm ra được cách giải quyết bài toán (việc trình bày lời giải được tiến hành theo phương pháp tổng hợp).

- Trong khi giải một bài toán, nên tùy theo vào hoàn cảnh cụ thể có thể giúp học sinh quy một bài toán phức tạp về một bài toán đơn giản dễ giải hơn, rồi từ bài toán trung gian đó suy ra bài toán cần chứng minh.

- Khi dạy các kiến thức cơ bản như: định nghĩa, định lý, tính chất... cần nêu vấn đề cho học sinh suy nghĩ như định nghĩa, định lý, tính chất đó có ứng dụng gì? (nó giúp ta giải quyết vấn đề gì trong bài tập). Từ đó giúp học sinh đúc kết thành phương pháp (ghi nhớ sau mỗi định nghĩa, định lý, tính chất..).

- Hình thành cho học sinh thói quen xây dựng phương pháp chứng minh từng phần, từng chương học, sau đó giúp học cho sinh hệ thống các phương pháp chứng minh cho từng bài toán.

- Giúp cho học sinh thấy rõ mối quan hệ giữa các bài toán chứng minh với nhau như chứng minh “sự song song” thường thông qua chứng minh “sự vuông

góc” hoặc “sự bằng nhau” của các góc ... hay là đi chứng minh nhiều điểm thẳng hàng lại quy về chứng minh “sự song song”.

- Qua quá trình thực hiện đề tài này tôi thấy mình cần phải học hỏi nhiều hơn nữa, Và còn có những hạn chế do thời gian và năng lực nên đề tài ít nhiều còn thiếu sót. Rất mong được sự đóng góp, chỉ bảo của các bạn đồng nghiệp để làm kinh nghiệm quý báu cho bản thân trong công tác và giảng dạy.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Sách học tốt hình học lớp 7, 8, 9.
2. Sách giáo khoa hình học lớp 6, 7, 8, 9.
3. Sách bồi dưỡng hình học lớp 7, 8, 9.
4. Ôn tập hình học 7, 8, 9.
5. Một số đề thi học sinh giỏi.
6. Sách hướng dẫn giảng dạy hình học 7, 8, 9.
7. Các tài liệu tham khảo khác.

Trân trọng cảm ơn.

Hà Nội, ngày 7 tháng 4 năm 2014

Người viết sáng kiến

Đặng Thị Hương

Tôi cam kết không sao chép.

NHẬN XÉT CỦA HỘI ĐỒNG KHOA HỌC CẤP TRƯỜNG

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

