

## I. ĐẶT VẤN ĐỀ

### 1. Lý do chọn đề tài

Nghị quyết Đại hội đại biểu toàn quốc của Đảng lần thứ XI đã khẳng định “Đổi mới căn bản, toàn diện nền giáo dục Việt Nam theo hướng chuẩn hoá, hiện đại hoá, xã hội hóa , dân chủ hóa và hội nhập quốc tế... giáo dục và đào tạo có sứ mệnh nâng cao dân trí, phát triển nguồn nhân lực, bồi dưỡng nhân tài, góp phần quan trọng xây dựng đất nước, xây dựng nền văn hóa và con người Việt Nam...”

Để đạt được mục tiêu đó, ngoài việc thiết kế chương trình giáo dục phổ thông, đổi mới chương trình sách giáo khoa, đổi mới phương pháp dạy học, ... thì việc giúp cho người học có được cơ hội học tập hết chương trình phổ thông, định hướng nghề nghiệp là một trong những việc làm rất quan trọng. Cấp học trung học cơ sở là một trong những cấp học quan trọng trong việc giúp học sinh có cơ hội học tập tiếp theo theo hướng học trung học phổ thông hoặc học nghề.

Từ năm học 2006 – 2007 đến nay, Sở GD&ĐT Hà Nội đã lựa chọn phương án thi vào lớp 10 theo hướng kết hợp thi tuyển với xét tuyển. Đối với phương án này thì kết quả bài thi môn Toán và Văn được nhân đôi, đóng vai trò quan trọng trong việc quyết định tổng điểm của học sinh. Chính vì vậy, giáo viên luôn trăn trở việc làm thế nào để luyện cho học sinh của mình đạt điểm cao trong bài thi vào lớp 10. Với tất cả những lý do trên, tôi quyết định viết sáng kiến kinh nghiệm với đề tài “Bộ đề ôn thi vào lớp 10 môn Toán” .

### 2. Nhiệm vụ và mục đích của đề tài

Đề tài “*Bộ đề ôn thi vào lớp 10 môn Toán*” với nhiệm vụ giúp học sinh ôn tập và củng cố kiến thức theo cấu trúc đề thi vào lớp 10 Hà Nội môn Toán, từ đó giúp các em làm tốt bài thi vào lớp 10 môn Toán, đạt kết quả cao.

### 3. Phạm vi của đề tài

Đề tài được nghiên cứu và áp dụng với đối tượng là học sinh lớp 9.

## II. GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ

### 1. Lý thuyết về thiết kế ma trận đề kiểm tra

#### 1.1. Xác định mục đích của đề kiểm tra

Đề kiểm tra là một công cụ dùng để đánh giá kết quả học tập của học sinh sau khi học xong một chủ đề, một chương, một học kì, một lớp hay một cấp học nên

người biên soạn đề kiểm tra cần căn cứ vào yêu cầu của việc kiểm tra, căn cứ chuẩn kiến thức kỹ năng của chương trình và thực tế học tập của học sinh để xây dựng mục đích của đề kiểm tra cho phù hợp.

### **1.2. Xác định hình thức đề kiểm tra**

Đề kiểm tra có các hình thức sau:

1. Đề kiểm tra tự luận;

2. Đề kiểm tra trắc nghiệm khách quan;

3. Đề kiểm tra kết hợp cả hai hình thức trên: có cả câu hỏi dạng tự luận và câu hỏi dạng trắc nghiệm khách quan.

Mỗi hình thức đều có ưu điểm và hạn chế riêng nên cần kết hợp một cách hợp lý các hình thức sao cho phù hợp với nội dung kiểm tra và đặc trưng môn học để nâng cao hiệu quả, tạo điều kiện để đánh giá kết quả học tập của học sinh chính xác hơn.

Nếu đề kiểm tra kết hợp hai hình thức thì nên cho học sinh làm bài kiểm tra phần trắc nghiệm khách quan độc lập với việc làm bài kiểm tra phần tự luận: làm phần trắc nghiệm khách quan trước, thu bài rồi mới cho học sinh làm phần tự luận.

### **1.3. Thiết kế ma trận đề kiểm tra**

#### **a) Cấu trúc ma trận đề:**

+ Lập một bảng có hai chiều, một chiều là nội dung hay mạch kiến thức chính cần đánh giá, một chiều là các cấp độ nhận thức của học sinh theo các cấp độ: nhận biết, thông hiểu và vận dụng (gồm có vận dụng và vận dụng ở mức cao hơn).

+ Trong mỗi ô là chuẩn kiến thức kỹ năng chương trình cần đánh giá, tỉ lệ % số điểm, số lượng câu hỏi và tổng số điểm của các câu hỏi.

+ Số lượng câu hỏi của từng ô phụ thuộc vào mức độ quan trọng của mỗi chuẩn cần đánh giá, lượng thời gian làm bài kiểm tra và trọng số điểm quy định cho từng mạch kiến thức, từng cấp độ nhận thức.

**b) Mô tả về các cấp độ tư duy:**

GV phải căn cứ vào hệ thống các chuẩn kiến thức, kỹ năng được qui định trong Chương trình GDPT của môn học để **mô tả yêu cầu cần đạt** theo các cấp độ của tư duy. Đó là các kiến thức khoa học và cả phương pháp nhận thức chúng, các kỹ năng và khả năng vận dụng vào thực tế, những thái độ, tình cảm đối với khoa học và xã hội.

- **Cấp độ 1 nhận biết** : Đó là những câu hỏi yêu cầu về kiến thức đạt ở mức độ **nhận biết** hoặc câu hỏi yêu cầu về kỹ năng đạt ở mức độ bắt chước làm được một việc đã học, có thái độ tiếp nhận. HS học xếp loại lực yếu dễ dàng đạt được điểm tối đa trong phần này.

Nội dung thể hiện ở việc quan sát và nhớ lại thông tin, nhận biết được thời gian, địa điểm và sự kiện, nhận biết được các ý chính, nắm được chủ đề nội dung.

Động từ mô tả yêu cầu cần đạt ở cấp độ 1 có thể quy về nhóm động từ: nhận biết được, nêu được, phát biểu được, viết được, liệt kê được, thuật lại được, nhận dạng được, chỉ ra được, ...

- **Cấp độ 2 thông hiểu** : Đó là những câu hỏi yêu cầu về kiến thức đạt ở mức độ **thông hiểu** hoặc câu hỏi yêu cầu về kỹ năng đạt được ở mức độ làm được chính xác một việc đã học, có thái độ đúng mực. HS xếp loại học lực trung bình dễ dàng đạt được điểm tối đa trong phần này.

Nội dung thể hiện ở việc thông hiểu thông tin, nắm bắt được ý nghĩa, chuyển tải kiến thức từ dạng này sang dạng khác, diễn giải các dữ liệu, so sánh, đối chiếu tương phản, sắp xếp thứ tự, sắp xếp theo nhóm, suy diễn các nguyên nhân, dự đoán các hệ quả.

Động từ mô tả yêu cầu cần đạt ở cấp độ 2 có thể quy về nhóm động từ: hiểu được, trình bày được, mô tả được, diễn giải được,...

- **Cấp độ 3 vận dụng cơ bản**: Đó là những câu hỏi yêu cầu về kiến thức đạt ở mức độ **vận dụng cơ bản**, những câu hỏi yêu cầu giải quyết vấn đề bằng những kiến thức, kỹ năng đã học đòi hỏi đến sự tư duy logic, phê phán, phân tích, tổng hợp, có thái độ tin tưởng. HS xếp loại học lực khá dễ dàng đạt được điểm tối đa trong phần này.

Nội dung thể hiện ở việc sử dụng thông tin, vận dụng các phương pháp, khái niệm và lý thuyết đã học trong những tình huống khác, giải quyết vấn đề bằng những kỹ năng hoặc kiến thức đã học.

Động từ mô tả yêu cầu cần đạt ở cấp độ 3 có thể quy về nhóm động từ: vận dụng được, giải thích được, giải được bài tập, làm được...

- **Cấp độ 4 dụng nâng cao:** Đó là những câu hỏi về kiến thức đạt ở mức độ **vận dụng nâng cao**, những câu hỏi yêu cầu giải quyết vấn đề bằng những kiến thức, kỹ năng đã học và vốn hiểu biết của bản thân HS đòi hỏi đến sự tư duy logic, phê phán, phân tích, tổng hợp và có dấu hiệu của sự sáng tạo, có thái độ tin tưởng. HS xếp loại học lực giỏi dễ dàng đạt được điểm tối đa trong phần này.

Nội dung thể hiện ở việc phân tích nhận ra các xu hướng, cấu trúc, những ẩn ý, các bộ phận cấu thành, thể hiện ở việc sử dụng những gì đã học để tạo ra những cái mới, khái quát hóa từ các dữ kiện đã biết, liên hệ những điều đã học từ nhiều lĩnh vực khác nhau, dự đoán, rút ra các kết luận, thể hiện ở việc so sánh và phân biệt các kiến thức đã học, đánh giá giá trị của các học thuyết, các luận điểm, đưa ra quan điểm lựa chọn trên cơ sở lập luận hợp lý, xác minh giá trị của chứng cứ, nhận ra tính chủ quan, có dấu hiệu của sự sáng tạo.

Động từ mô tả yêu cầu cần đạt ở cấp độ 4 có thể quy về nhóm động từ: phân tích được, so sánh được, giải thích được, giải được bài tập, suy luận được, thiết kế được...

Sự phân loại các cấp độ là tương đối, phụ thuộc vào đặc trưng của từng môn học và đối tượng HS. Đó là các mức độ yêu cầu về kiến thức, kỹ năng cần đạt của chương trình GDPT.

**Chú ý:** Những câu hỏi liên quan đến các kiến thức về lý thuyết thường ở cấp độ 1, cấp độ 2. Những câu hỏi liên quan đến bài tập, thực hành thường ở cấp độ 3, cấp độ 4. Những câu hỏi, bài tập ở cấp độ 4 thường liên quan đến sự vận dụng nhiều kiến thức, kỹ năng tổng hợp trong phạm vi kiểm tra chẳng hạn như những câu hỏi cần vận dụng các mức cao của tư duy để xử lý tình huống, giải quyết vấn đề, những câu hỏi vận dụng các kiến thức, kỹ năng đã học vào thực tiễn như các kỹ năng sống, kỹ năng giao tiếp, kỹ năng thực hành, kỹ năng giải thích các sự vật hiện tượng cũng như ứng dụng trong thế giới tự nhiên, những câu hỏi liên quan đến các vấn đề bảo vệ môi trường, sử dụng năng

lượng tiết kiệm và hiệu quả, ứng phó với sự biến đổi khí hậu và giảm thiểu thiên tai ...  
(tùy theo môn học)

**Xác định cấp độ tư duy dựa trên các cơ sở sau:**

Căn cứ vào chuẩn kiến thức, kỹ năng của chương trình GDPT:

- Kiến thức nào trong chuẩn ghi là biết được thì thường xác định ở cấp độ “biết”;
- Kiến thức nào trong chuẩn ghi là hiểu được thì thường xác định ở cấp độ “hiểu”;
- Kiến thức nào trong chuẩn ghi ở phần kỹ năng thì xác định là cấp độ “vận dụng”.

Tuy nhiên:

- Kiến thức nào trong chuẩn ghi là “hiểu được” nhưng chỉ ở mức độ nhận biết các kiến thức trong SGK thì vẫn xác định ở cấp độ “biết”;
- Những kiến thức, kỹ năng kết hợp giữa phần “biết được” và phần “kỹ năng” thì được xác định ở cấp độ “vận dụng”.
- Sự kết hợp, tổng hợp nhiều kiến thức, kỹ năng là vận dụng ở mức cao hơn.

**c) Chú ý khi xác định các chuẩn cần đánh giá đối với mỗi cấp độ tư duy:**

+ Chuẩn được chọn để đánh giá là chuẩn có vai trò quan trọng trong chương trình môn học, đó là chuẩn có thời lượng quy định trong phân phối chương trình nhiều và làm cơ sở để hiểu được các chuẩn khác.

+ Mỗi một chủ đề (nội dung, chương...) đều phải có những chuẩn đại diện được chọn để đánh giá.

+ Số lượng chuẩn cần đánh giá ở mỗi chủ đề (nội dung, chương...) tương ứng với thời lượng quy định trong phân phối chương trình dành cho chủ đề (nội dung, chương...) đó. Nên để số lượng các chuẩn kỹ năng và chuẩn đòi hỏi mức độ vận dụng nhiều hơn.

**d) Các khâu cơ bản thiết kế ma trận đề kiểm tra:**

d1. Liệt kê tên các chủ đề (nội dung, chương...) cần kiểm tra;

d2. Viết các chuẩn cần đánh giá đối với mỗi cấp độ tư duy;

d3. Quyết định phân phối tỉ lệ % điểm cho mỗi chủ đề (nội dung, chương...);

d4. Tính số điểm cho mỗi chủ đề (nội dung, chương...) tương ứng với tỉ lệ %;

d5. Quyết định số câu hỏi cho mỗi chuẩn tương ứng và điểm tương ứng;

d6. Tính tổng số điểm và tổng số câu hỏi cho mỗi cột và kiểm tra tỉ lệ % tổng số điểm phân phối cho mỗi cột;

d7. Đánh giá lại ma trận và chỉnh sửa nếu thấy cần thiết.

**e) Chú ý khi quyết định tỷ lệ % điểm và tính tổng số điểm:**

+ Căn cứ vào mục đích của đề kiểm tra, căn cứ vào mức độ quan trọng của mỗi chủ đề (nội dung, chương...) trong chương trình và thời lượng quy định trong phân phối chương trình để phân phối tỉ lệ % điểm cho từng chủ đề;

+ Căn cứ vào mục đích của đề kiểm tra để quyết định số câu hỏi cho mỗi chuẩn cần đánh giá, ở mỗi chủ đề, theo hàng. Giữa ba cấp độ: nhận biết, thông hiểu, vận dụng theo thứ tự nên theo tỉ lệ phù hợp với chủ đề, nội dung và trình độ, năng lực của học sinh;

+ Căn cứ vào số điểm đã xác định ở B4 để quyết định số điểm và số câu hỏi tương ứng (trong đó mỗi câu hỏi dạng TNKQ nên có số điểm bằng nhau);

+ Nếu đề kiểm tra kết hợp cả hai hình thức TNKQ và TL thì cần xác định tỉ lệ % tổng số điểm của mỗi hình thức, có thể thiết kế một ma trận chung hoặc thiết kế riêng 02 ma trận;

+ Nếu tổng số điểm khác 10 thì cần quy đổi về điểm 10 theo tỷ lệ %.

<b>Tên Chủ đề</b> (nội dung, chương...)	<b>Nhận biết</b>	<b>Thông hiểu</b>	<b>Vận dụng</b>	<b>Vận dụng ở mức cao hơn</b>	<b>Cộng</b>
<b>Chủ đề 1</b>	Chuẩn KT, KN cần kiểm tra	Chuẩn KT, KN cần kiểm tra	Chuẩn KT, KN cần kiểm tra	Chuẩn KT, KN cần kiểm tra	
<i>Số câu</i> <i>Số điểm</i> <i>Tỉ lệ %</i>	<i>Số câu</i> <i>Số điểm</i>	<i>Số câu</i> <i>Số điểm</i>	<i>Số câu</i> <i>Số điểm</i>	<i>Số câu</i> <i>Số điểm</i>	<i>Số câu... điểm=...%</i>
<b>Chủ đề 2</b>	Chuẩn KT, KN cần kiểm tra	Chuẩn KT, KN cần kiểm tra	Chuẩn KT, KN cần kiểm tra	Chuẩn KT, KN cần kiểm tra	
<i>Số câu</i> <i>Số điểm</i> <i>Tỉ lệ %</i>	<i>Số câu</i> <i>Số điểm</i>	<i>Số câu</i> <i>Số điểm</i>	<i>Số câu</i> <i>Số điểm</i>	<i>Số câu</i> <i>Số điểm</i>	<i>Số câu... điểm=...%</i>
.....					
<b>Chủ đề n</b>	Chuẩn KT, KN cần kiểm tra	Chuẩn KT, KN cần kiểm tra	Chuẩn KT, KN cần kiểm tra	Chuẩn KT, KN cần kiểm tra	
<i>Số câu</i> <i>Số điểm</i> <i>Tỉ lệ %</i>	<i>Số câu</i> <i>Số điểm</i>	<i>Số câu</i> <i>Số điểm</i>	<i>Số câu</i> <i>Số điểm</i>	<i>Số câu</i> <i>Số điểm</i>	<i>Số câu... điểm=...%</i>
<b>Tổng số câu</b> <b>Tổng số điểm</b> <b>Tỉ lệ %</b>	Số câu Số điểm %	Số câu Số điểm %	Số câu Số điểm %		<b>Số câu</b> <b>Số điểm</b> <b>Tỉ lệ %</b>

## 2. Ma trận đề thi môn Toán vào lớp 10

Theo cấu trúc đề thi vào lớp 10 Hà Nội các năm, hình thức đề thi là hình thức đề tự luận gồm 5 bài, thời gian làm bài 120 phút.

Bài I: Bài toán rút gọn và các câu hỏi liên quan

Bài II: Giải bài toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình

Bài III: Phương trình, hệ phương trình, hàm số và đồ thị

Bài IV: Hình học

Bài V: Bài toán cực trị, bất đẳng thức, phương trình vô tỉ



Trên cơ sở đó, giáo viên có thể thiết kế đề ôn tập dựa trên ma trận:

Chủ đề / Cấp độ	Nhận biết Tự luận	Thông hiểu Tự luận	Vận dụng		Tổng
			Thấp Tự luận	Cao Tự luận	
<b>1. Bài toán rút gọn biểu thức</b>	Học sinh tính được giá trị căn bậc hai số học của một số	Học sinh tính toán được giá trị biểu thức đơn giản	Học sinh giải quyết được dạng toán giải bất phương trình, phương trình đơn giản	Học sinh giải quyết được bài toán tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất, giá trị nguyên	
Số câu hỏi	1	1	1		<b>3</b>
Số điểm Tỉ lệ %	0,5=5 %	1=10 %	1=10%		<b>2 (20%)</b>
<b>2. Giải bài toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình</b>	Học sinh nhận biết được dạng toán	Học sinh biểu diễn được những đại lượng đã biết	Học sinh vận dụng kiến thức để gọi ẩn và biểu diễn các đại lượng chưa biết qua các đại lượng đã biết và ẩn.	Học sinh lập được phương trình, hệ phương trình, chọn kết quả và trả lời	
Số câu hỏi			1		<b>1</b>
Số điểm Tỉ lệ %	0,5=5 %	1=10%	2=20 %	1=10 %	<b>2 (20%)</b>
<b>3. Phương trình, hệ phương trình, hàm số, đồ thị</b>		Học sinh giải được phương trình trùng phương, hệ phương trình bậc nhất đơn giản	Học sinh thay được giá trị tham số và giải phương trình, hệ phương trình.	Học sinh giải được các bài toán chứa tham số liên quan hệ thức Vi-ét, đồ thị.	
Số câu hỏi		1	1	1	<b>3</b>
Số điểm Tỉ lệ %		0,75 = 7,5 %	0,75=7,5 %	0,5 = 5%	<b>2 (20%)</b>
<b>4. Hình học</b>	Học sinh vẽ được hình chính xác đến câu a	Học sinh chứng minh được các góc vuông dựa trên lý thuyết về góc nội tiếp, tiếp tuyến.	Học sinh chứng minh được tứ giác nội tiếp, tam giác đồng dạng.	Học sinh vận dụng kết quả câu 1, câu 2 để giải quyết các vấn đề khó hơn như: Chứng minh song song, vuông góc, kết hợp nhiều tứ giác nội tiếp,....	
Số câu hỏi		1	1	2	<b>4</b>
Số điểm Tỉ lệ %		1= 10%	1=10%	1,5=15%	<b>3,5=35%</b>
<b>5. Bất đẳng thức, cực trị, phương trình vô tỉ</b>				Học sinh vận dụng tốt kiến thức về bất đẳng thức, cực trị, cách giải phương trình nâng cao	
Số câu hỏi				1	<b>1</b>
Số điểm Tỉ lệ %				0,5 = 5%	<b>0,5 = 5%</b>
TS câu hỏi	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>3</b>	
TS điểm Tỉ lệ %	<b>1,5 (15%)</b>	<b>3,5 (35%)</b>	<b>3,5 (35%)</b>	<b>1,5 (15%)</b>	<b>10</b>

### 3. Bộ đề ôn thi vào lớp 10 môn Toán

#### ĐỀ ÔN TẬP SỐ 01

**Bài I** (2,0 điểm) Với  $x \geq 0; x \neq 9$ , cho  $A = \frac{-5}{\sqrt{x}-3}$  và  $B = \frac{2x-5\sqrt{x}+3}{x-9} - \frac{1}{\sqrt{x}-3}$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi  $x = 4 + 2\sqrt{3}$
- 2) Rút gọn biểu thức B.
- 3) Tìm giá trị nhỏ nhất của  $(B-1).A$

**Bài II** (2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một người đi xe đạp từ A đến B, quãng đường AB dài 24 km. Khi đi từ B trở về A người đó tăng vận tốc thêm 4km mỗi giờ so với lúc đi, vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi 30 phút. Tính vận tốc của xe đạp khi đi từ A đến B.

**Bài III** (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{3}{3y-1} = 2 \\ \frac{3}{x} + \frac{5}{3y-1} = 4 \end{cases}$$

2) Cho phương trình  $x^2 - 2mx + 2m - 4 = 0$

a) Giải phương trình với  $m = 1$

b) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 = x_1.x_2 + 10$

**Bài IV** (3,5 điểm) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp (O), các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Vẽ đường kính AQ của (O).

a) Chứng minh tứ giác AEHF là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh AB. QC = AQ. BD

c) Gọi I là trung điểm BC. Chứng minh rằng AH = 2OI.

d) Cho B, C cố định. Chứng minh rằng khi A di động trên cung BC lớn thì khoảng cách giữa hai điểm E và F không đổi.

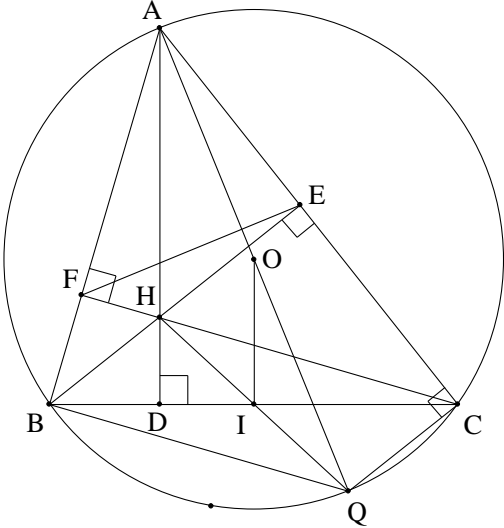
**Bài V** (0,5 điểm) Giải phương trình  $\sqrt{10x+1} + \sqrt{3x-5} = \sqrt{9x+4} + \sqrt{2x-2}$

-----HẾT-----

**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM ĐỀ 01**

Bài		ĐIỂM
I.1	1) Ta có $x = 4 + 2\sqrt{3} = (\sqrt{3} + 1)^2$ , thay vào A ta có:	0,25
	$A = \frac{-5}{\sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2} - 3} = \frac{-5}{\sqrt{3} - 2} = \frac{-5(\sqrt{3} + 2)}{3 - 4} = 5\sqrt{3} + 10$	0,25
I.2	2) $B = \frac{2x - 5\sqrt{x} + 3}{x - 9} - \frac{1}{\sqrt{x} - 3}$	0,25
	$B = \frac{2x - 5\sqrt{x} + 3}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} - \frac{1}{\sqrt{x} - 3}$	0,25
	$B = \frac{2x - 5\sqrt{x} + 3 - (\sqrt{x} + 3)}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)}$	
	$B = \frac{2x - 6\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)}$	0,25
	$B = \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x} - 3)}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)}$	0,25
	$B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3}$	
I.3	$(B - 1).A = \left( \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} - 1 \right) \cdot \frac{-5}{\sqrt{x} - 3} = \frac{-5}{\sqrt{x} + 3}$ <p>Ta có <math>x \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} + 3 \geq 3 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x} + 3} \leq \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{-5}{\sqrt{x} + 3} \geq \frac{-5}{3}</math></p> <p>Giá trị nhỏ nhất của <math>(B - 1).A</math> là <math>\frac{-5}{3}</math> khi <math>x = 0</math></p>	0,25

		0,25
II	<p>Gọi vận tốc lúc đi của người đi xe đạp là <math>x</math> (<math>x &gt; 0</math>; km/h)</p> <p>Quãng đường từ A đến B là 24 (km)</p> <p>Thời gian đi từ A đến B là <math>\frac{24}{x}</math> (h)</p> <p>Quãng đường từ B về A là 24 (km)</p> <p>Vận tốc từ B về A là <math>x + 4</math> (km/h)</p> <p>Thời gian đi từ B về A là <math>\frac{24}{x + 4}</math> (h)</p> <p>Vì thời gian lúc về ít hơn thời gian lúc đi là <math>30' = \frac{1}{2}</math> giờ nên ta có phương trình: <math>\frac{24}{x} - \frac{24}{x + 4} = \frac{1}{2}</math></p> <p><math>\Rightarrow 48(x + 4) - 48x = x(x + 4)</math></p> <p><math>\Leftrightarrow x^2 + 4x - 192 = 0</math></p> <p><math>\Delta = 4^2 - 4.1.(-192) = 784 &gt; 0</math></p> <p>Phương trình có hai nghiệm phân biệt: <math>x_1 = -16</math> (loại); <math>x_2 = 12</math> (tmđk)</p> <p>Vận tốc của lúc đi từ A đến B của xe đạp là 12 km/h.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
III.1	<p>Giải hpt <math>\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{3}{3y-1} = 2 \\ \frac{3}{x} + \frac{5}{3y-1} = 4 \end{cases}</math> Đk: <math>\begin{cases} x \neq 0 \\ y \neq \frac{1}{3} \end{cases}</math> Đặt <math>\frac{1}{x} = u; \frac{1}{3y-1} = v</math></p> <p>Ta có hpt: <math>\begin{cases} u + 3v = 2 \\ 3u + 5v = 4 \end{cases}</math>, giải hpt tìm được <math>u = \frac{1}{2}; v = \frac{1}{2}</math></p> <p>Tìm được <math>\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}</math> (tmđk)</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

	Vậy hpt có nghiệm duy nhất (2;1)	
III.2	<p>a) <math>x^2 - 2mx + 2m - 4 = 0</math></p> <p>Với <math>m = 1</math> ta có pt: <math>x^2 - 2x - 2 = 0</math></p> <p>Giải pt tìm được 2 nghiệm: <math>x = 1 \pm \sqrt{3}</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p>b) <math>x^2 - 2mx + 2m - 4 = 0</math></p> <p>*) pt có 2 nghiệm pb <math>\Leftrightarrow \Delta &gt; 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 + 3 &gt; 0 (\forall m)</math></p> <p>Pt luôn có 2 nghiệm pb</p> <p>*) Áp dụng hệ thức Vi-et cho pt đã cho <math>x_1 + x_2 = 2m; x_1 \cdot x_2 = 2m - 4</math></p> <p>Ta có <math>x_1^2 + x_2^2 = x_1 \cdot x_2 + 10 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 = 10</math></p> <p><math>\Leftrightarrow (2m)^2 - 3(2m - 4) = 10 \Leftrightarrow 4m^2 - 6m + 2 = 0</math></p> <p>Gpt tìm được <math>m = 1; m = \frac{1}{2}</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
IV.1	 <p>a) Chứng minh tứ giác AEHF là tứ giác nội tiếp.</p> <p>+) Cm được: <math>\angle AEH + \angle AFH = 180^\circ</math></p> <p>+) Hai góc AEH và AFH là hai góc đối nhau</p>	<p>Hình vẽ đúng đến câu a</p> <p>0,25đ</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p>

	$\Rightarrow$ Tứ giác AEHF là tđnt (dnhb tđnt)	0,25
IV.2	<p>b) Chứng minh <math>AB \cdot QC = AQ \cdot BD</math></p> <p>+) Chứng minh góc <math>ABC =</math> góc <math>AQC</math> (hai góc nt cùng chắn cung AC)</p> <p>+) Chứng minh <math>\triangle ABD</math> đồng dạng <math>\triangle AQC</math> (g.g)</p> <p><math>\Rightarrow \frac{AB}{AQ} = \frac{BD}{QC}</math> (định nghĩa 2 tam giác đồng dạng)</p> <p><math>\Leftrightarrow AB \cdot QC = AQ \cdot BD</math> (đpcm)</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
IV.3	<p>c) Gọi I là trung điểm BC. Chứng minh rằng <math>AH = 2OI</math>.</p> <p>+) Chứng minh tứ giác BHCQ là hình bình hành.</p> <p>Suy ra I là trung điểm HQ.</p> <p>+) OI là đường trung bình tam giác QHQ</p> <p>Suy ra <math>AH = 2OI</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
IV.4	<p>d) Cho B, C cố định. Chứng minh rằng khi A di động trên cung BC lớn thì khoảng cách giữa hai điểm E và F không đổi.</p> <p>+) <math>\triangle AEF</math> đồng dạng <math>\triangle ABC</math></p> <p>Suy ra <math>EF = BC \cdot \frac{AE}{AB} = BC \cdot \cos BAE</math></p> <p>+) Mà góc BAE không đổi suy ra EF không đổi khi A di động trên cung BC lớn</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>



**ĐỀ ÔN TẬP SỐ 02**

**Bài I (2,0 điểm)** Với  $x \geq 0; x \neq 4$ , cho  $A = \frac{3}{\sqrt{x}-2}$  và  $B = \frac{x-3\sqrt{x}+2}{x-4} - \frac{1}{\sqrt{x}+2}$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi  $x = 4 + 2\sqrt{3}$
- 2) Rút gọn biểu thức B.
- 3) Tìm giá trị nhỏ nhất của  $M = -4A.B$

**Bài II (2,0 điểm)** Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Hai ô tô cùng xuất phát từ A đi đến B. Quãng đường AB dài 120km. Vì mỗi giờ ô tô thứ nhất đi nhanh hơn ô tô thứ hai 10km nên nó đến B trước ô tô thứ hai 24 phút. Tính vận tốc của mỗi ô tô.

**Bài III (2,0 điểm)**

1) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \frac{1}{3x-1} + \frac{3}{y} = 2 \\ \frac{3}{3x-1} + \frac{5}{y} = 4 \end{cases}$$

2) Cho phương trình  $x^2 - 2mx + 2m - 4 = 0$

- a) Giải phương trình với  $m = 1$
- b) Tìm  $m$  để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn  $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 - x_1 - x_2 = -6$

**Bài IV (3,5 điểm)**

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp (O;R), các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Vẽ đường kính AQ của (O).

- a) Chứng minh tứ giác AEHF là tứ giác nội tiếp.
- b) Chứng minh AB. QC = AQ. BD
- c) Chứng minh  $OA \perp EF$
- d) Cho B, C cố định, A di động trên cung BC lớn. Tìm vị trí của A trên cung BC lớn để tam giác DEF có chu vi lớn nhất.

**Bài V (0,5 điểm)** Cho x, y thỏa mãn  $x + y + xy = 3$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P = x^2 + y^2$

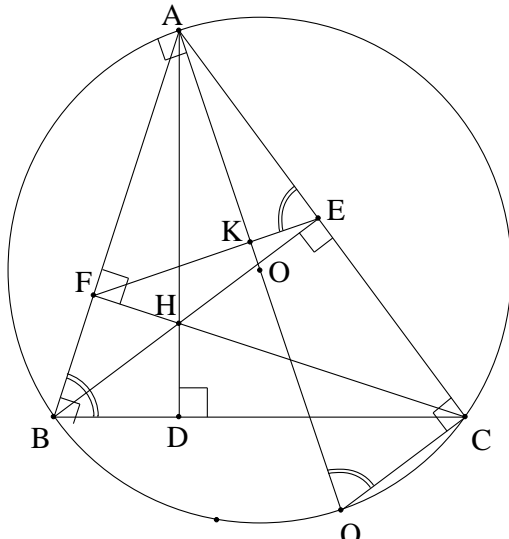
-----HẾT-----



**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM ĐỀ 02**

Bài		ĐIỂM	
I.1	1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4 + 2\sqrt{3}$	0,25	
	<p>Ta có <math>x = 4 + 2\sqrt{3} = (\sqrt{3} + 1)^2</math>, thay vào A ta có:</p> $A = \frac{3}{\sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2} - 2} = \frac{3}{\sqrt{3} - 1} = \frac{3 \cdot (\sqrt{3} + 1)}{3 - 1} = \frac{3\sqrt{3} + 3}{2}$		0,25
I.2	2)	0,25	
	$B = \frac{x - 3\sqrt{x} + 2}{x - 4} - \frac{1}{\sqrt{x} + 2}$		0,25
	$B = \frac{x - 3\sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} - \frac{1}{\sqrt{x} + 2}$		
	$B = \frac{x - 3\sqrt{x} + 2 - (\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$		0,25
	$B = \frac{x - 4\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$		
$B = \frac{(\sqrt{x} - 2)^2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$	0,25		
I.3	$M = -4AB = -4 \cdot \frac{3}{\sqrt{x} - 2} \cdot \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 2} = \frac{-12}{\sqrt{x} + 2}$	0,25	
	<p>Ta có <math>x \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} + 2 \geq 2 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x} + 2} \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{-12}{\sqrt{x} + 2} \geq \frac{-12}{2}</math></p> <p>Giá trị nhỏ nhất của M là -6 khi x=0</p>		0,25

II	<p>Gọi vận tốc của ô tô thứ nhất là <math>x</math> (<math>x &gt; 10</math>; km/h)</p> <p>Vận tốc của ô tô thứ hai là <math>x - 10</math> (km/h)</p> <p>Quãng đường AB dài 120 (km)</p> <p>Thời gian ô tô thứ nhất đi hết quãng đường AB là <math>\frac{120}{x}</math> (h)</p> <p>Thời gian ô tô thứ hai đi hết quãng đường AB là <math>\frac{120}{x - 10}</math> (h)</p> <p>Vì thời gian ô tô thứ nhất đi hết quãng đường AB ít hơn ô tô thứ 2 là 24 phút = <math>\frac{2}{5}</math> h nên ta có phương trình:</p> $\frac{120}{x - 10} - \frac{120}{x} = \frac{2}{5}$ $\Rightarrow x^2 - 10x - 3000 = 0$ <p><math>\Delta = (-10)^2 - 4.1.(-3000) = 12100</math></p> <p>Phương trình có hai nghiệm phân biệt <math>x_1 = -50</math> (loại); <math>x_2 = 60</math> (tmđk)</p> <p>Vậy vận tốc của ô tô thứ nhất là 60 km/h.</p> <p>Vận tốc của ô tô thứ hai là <math>60 - 10 = 50</math> km/h.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
III.1	<p>Giải hpt <math>\begin{cases} \frac{1}{3x-1} + \frac{3}{y} = 2 \\ \frac{3}{3x-1} + \frac{5}{y} = 4 \end{cases}</math> Đk: <math>\begin{cases} x \neq \frac{1}{3} \\ y \neq 0 \end{cases}</math></p> <p>Đặt <math>\frac{1}{3x-1} = u; \frac{1}{y} = v</math></p> <p>Ta có hpt: <math>\begin{cases} u + 3v = 2 \\ 3u + 5v = 4 \end{cases}</math>, giải hpt tìm được <math>u = \frac{1}{2}; v = \frac{1}{2}</math></p> <p>Tìm được <math>\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}</math> (tmđk)</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

	Vậy hpt có nghiệm duy nhất (1;2)	
III.2	<p>a) <math>x^2 - 2mx + 2m - 4 = 0</math></p> <p>Với <math>m = 1</math> ta có pt: <math>x^2 - 2x - 2 = 0</math></p> <p>Giải pt tìm được 2 nghiệm: <math>x = 1 \pm \sqrt{3}</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p>b) <math>x^2 - 2mx + 2m - 4 = 0</math></p> <p>*) pt có 2 nghiệm pb <math>\Leftrightarrow \Delta &gt; 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 + 3 &gt; 0 (\forall m)</math></p> <p>Pt luôn có 2 nghiệm pb</p> <p>*) Áp dụng hệ thức Vi-et cho pt đã cho <math>x_1 + x_2 = 2m; x_1 \cdot x_2 = 2m - 4</math></p> <p>Ta có <math>x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 - x_1 - x_2 = -6 \Leftrightarrow x_1 x_2 \cdot (x_1 + x_2) - (x_1 + x_2) + 6 = 0</math></p> <p><math>\Leftrightarrow 2m(2m - 4) - 2m + 6 = 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 10m + 6 = 0</math></p> <p>Gpt tìm được <math>m = 1; m = \frac{3}{2}</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
IV.1	 <p>a) Chứng minh tứ giác AEHF là tứ giác nội tiếp.</p> <p>+) Cm được: <math>\angle AEH + \angle AFH = 180^\circ</math></p> <p>+) Hai góc AEH và AFH là hai góc đối nhau</p>	<p>Hình vẽ đúng đến câu a</p> <p>0,25đ</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p>

	<p>⇒ Tứ giác AEHF là tđnt (dnhb tđnt)</p>	0,25
IV.2	<p>b) Chứng minh AB. QC = AQ. BD</p> <p>+) Chứng minh góc ABC = góc AQC (hai góc nt cùng chắn cung AC)</p> <p>+) Chứng minh <math>\Delta ABD</math> đồng dạng <math>\Delta AQC</math> (g.g)</p> <p>⇒ <math>\frac{AB}{AQ} = \frac{BD}{QC}</math> (định nghĩa 2 tam giác đồng dạng)</p> <p>⇔ AB. QC = AQ. BD (đpcm)</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
IV.3	<p>c) Chứng minh <math>OA \perp EF</math></p> <p>Cho EF cắt OA tại K.</p> <p>+) Chứng minh góc AEF = góc ABC (cùng bù góc FEC)</p> <p>Suy ra <math>\angle AEK = \angle AQC</math></p> <p>+) Góc <math>\angle AQC + \angle QAC = 90^\circ</math></p> <p>Suy ra góc <math>\angle AEK + \angle KAE = 90^\circ</math>.</p> <p>Suy ra <math>OA \perp EF</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
IV.4	<p>d) Cho B, C cố định, A di động trên cung BC lớn. Tìm vị trí của A trên cung BC lớn để tam giác AEF có chu vi lớn nhất.</p> <p>Chứng minh tương tự câu c ta có <math>OB \perp FD</math>; <math>OC \perp ED</math>.</p> <p><math>S_{ABC} = S_{AEOF} + S_{BFOD} + S_{CDOE}</math></p> <p>⇔ <math>\frac{1}{2} AD \cdot BC = \frac{1}{2} OA \cdot EF + \frac{1}{2} OB \cdot DF + \frac{1}{2} OC \cdot DE</math></p> <p>⇔ <math>EF + DF + DE = \frac{AD \cdot BC}{R}</math></p>	0,25

	Chu vi tam giác AEF lớn nhất khi AD lớn nhất $\Leftrightarrow A$ là điểm chính giữa cung BC lớn.	0,25
V	Với $x + y + xy = 3$  $2P = 2x^2 + 2y^2 = (x^2 - 2xy + y^2) + (x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1) + 4$ $2P = (x - y)^2 + (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + 4 \geq 4 \quad \forall x, y$  Min P = 2 khi x=y=1	0,25      0,25

**ĐỀ ÔN TẬP SỐ 03**

**Bài 1:** (2,5đ) Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{8x}{4-x} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}-1}{x-2\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$

- Rút gọn P (1,5đ)
- Tìm x để P = -1 (0,5đ)
- Tìm m để phương trình  $P = m + 3\sqrt{x} - 2$  có hai nghiệm phân biệt. (0,5đ)

**Bài 2:** (2đ) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một ô tô dự định đi quãng đường AB dài 240km với một vận tốc định trước. Sau 2 giờ đầu đi với vận tốc dự định, do đường xấu nên ô tô phải giảm vận tốc đi 10km/h trên quãng đường còn lại do đó nó đến B chậm hơn so với dự định là 42 phút. Tính vận tốc dự định của ô tô.

**Bài 3:** (1,5đ) Cho Parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = (2m+1)x - 2m$ .

- Khi m=1. Xác định tọa độ giao điểm của (P) và (d) (1đ)
- Tìm m để (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt trong đó có một điểm có hoành độ nhỏ hơn 1. (0,5đ)

**Bài 4:** (3,5đ) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp (O;R). Kẻ đường kính AD của (O) và đường cao AH của tam giác ABC. Từ B và C vẽ BM và CN cùng vuông góc với AD. (M;N thuộc AD).

- Chứng minh tứ giác AMHB và AHNC là các tứ giác nội tiếp. (1,25đ)
- Chứng minh :  $HN // BD$ . (1đ)
- Cho  $\angle ABC = 60^\circ$ ; R=4cm. Tìm diện tích hình quạt tròn giới hạn bởi OC; OD và CD nhỏ. (0,75đ)
- Khi BC cố định điểm A di chuyển trên BC lớn sao cho  $\triangle ABC$  có ba góc nhọn. Chứng tỏ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MHN là 1 điểm cố định. (0,5đ)

**Bài 5:** (0,5đ) Giải phương trình:  $2x^2 - 6x + 4 = 3\sqrt{x^3 + 8}$

-----HẾT-----

**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM ĐỀ 03**

Bài	Đáp án	Điểm
Bài 1	$P = \frac{4\sqrt{x}(2-\sqrt{x})+8x}{(2+\sqrt{x})(2-\sqrt{x})} : \frac{\sqrt{x}-1-2(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$	0,5đ
Câu a	$P = \frac{8\sqrt{x}+4x}{(2-\sqrt{x})(2+\sqrt{x})} : \frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$	0,25đ
1đ	$P = \frac{4x(\sqrt{x}-2)}{(2-\sqrt{x})(3-\sqrt{x})}$	0,25đ
	$P = \frac{4x}{\sqrt{x}-3}$	0,25đ
	Đkxđ: $x > 0; x \neq 4; x \neq 9$	0,25đ
Câu b	$P=-1 \Leftrightarrow 4x+\sqrt{x}-3=0$	0,25đ
	Đặt $\sqrt{x}=t \quad (t > 0; t \neq 2; t \neq 3)$	
0,5đ	$Pt \Leftrightarrow 4t^2+t-3=0, \text{ giải ra } t = -1 \text{ (loại); } t = \frac{3}{4} \text{ (tmđk)}$	
	$\sqrt{x} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = \frac{9}{16}$	0,25đ
	Vậy $x = \frac{9}{16}$ ( Thỏa mãn điều kiện )	
Câu c	$P = m + 3\sqrt{x} - 2 \Leftrightarrow x - (m-11)\sqrt{x} + 3m - 6 = 0 \quad (1)$	
	Đặt $t = \sqrt{x} \quad t > 0; t \neq 2; t \neq 3$ pt trở thành :	
0,5đ	$Pt \Leftrightarrow t^2 - (m-11)t + 3m - 6 = 0 \quad (2)$	
	Để pt(1) có hai nghiệm phân biệt thì phương trình (2) có hai nghiệm dương phân biệt khác 2 và 3	
	Điều này xảy ra khi: $\begin{cases} \Delta > 0 \\ \frac{-b}{a} > 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \\ t \neq 2; t \neq 3 \end{cases}$	0,25đ
	Giải ra được $m > 29$	0,25đ
Câu 2	Gọi vận tốc dự định của ô tô là x ( $x > 10$ ; km/h)	
	*) Thời gian ô tô dự định đi hết 240km là $\frac{240}{x}$ (h)	0,25đ
2đ	*) Thực tế:	
	- 2h đầu ô tô đi với vận tốc dự định được quãng đường: 2x (km)	0,25đ
	- Quãng đường còn lại là 240 - 2x (km)	

	<p>- Vận tốc của ô tô trên quãng đường còn lại là : <math>x - 10</math> (km/h)</p> <p>- Thời gian ô tô đi hết quãng đường còn lại là <math>\frac{240-2x}{x-10}</math> (h)</p> <p>*) Vì ô tô đến B chậm hơn so với dự định là 42 phút = <math>\frac{7}{10}</math> (h) nên ta có</p> <p>phương trình: <math>\left(\frac{240-2x}{x-10} + 2\right) - \frac{240}{x} = \frac{7}{10}</math></p> <p>Giải, chọn được nghiệm đúng: <math>x=50</math></p> <p>Vậy vận tốc dự định của ô tô là 50 km/h</p>	<p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,5đ</p> <p>0,5đ</p>
Bài 3 Câu a 1đ	<p>Toạ độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của hệ pt:</p> $\begin{cases} y = x^2 \\ y = (2m+1)x - 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - (2m+1)x + 2m = 0(*) \\ y = x^2 \end{cases}$ <p>(*) <math>\Leftrightarrow x^2 - (2m+1)x + 2m = 0</math></p> <p>Khi <math>m=1</math> pt <math>\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0</math></p> <p>Giải được nghiệm <math>x_1 = 1; x_2 = 2</math>.</p> <p>Vậy toạ độ giao điểm của (d) và (P) là: A(1;1) B(2;4)</p>	<p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p>
Câu b 0,5đ	<p>+) (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt <math>\Leftrightarrow (*)</math> có hai nghiệm phân biệt</p> <p><math>\Leftrightarrow \Delta &gt; 0 \Leftrightarrow m \neq 0,5</math></p> <p>Từ (*) chỉ ra được hai nghiệm của pt là: <math>x = 1</math> và <math>x = 2m</math></p> <p>+) Để để (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt trong đó có một điểm có hoành độ nhỏ hơn 1 <math>\Leftrightarrow (*)</math> có hai nghiệm phân biệt và có một nghiệm nhỏ hơn 1 <math>\Leftrightarrow x = 2m &lt; 1 \Leftrightarrow m &lt; \frac{1}{2}</math></p> <p>Vậy <math>m &lt; \frac{1}{2}</math></p>	<p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p>
Bài 4	<p>a) Chứng minh các tứ giác AMHB và AHNC là các tứ giác nội tiếp.</p>	<p>0,25đ</p>



<p>Câu a 1,25đ</p>	<p>CM được <math>\angle AHB = 90^\circ</math>; <math>\angle AMB = 90^\circ</math> ; <math>\angle ANC = 90^\circ</math>                      Xét tứ giác AMHB  <math>\angle AHB = \angle AMB</math> (<math>=90^\circ</math>)                      Mà H và M là hai đỉnh kề nhau.  <math>\Rightarrow</math> Tứ giác AMHB là tứ giác nội tiếp (dnhb tứ giác nội tiếp)                      CM tứ giác AHNC tương tự.</p>	<p>0,25đ  0,25đ 0,5đ</p>
<p>Câu b 1đ</p>	<p><i>b) Chứng minh : <math>HN // BD</math>. (1đ)</i>                      Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác AHNC  <math>\angle NHC = \angle NAC</math> (2gnt cùng chắn cung NC) (1)                      Xét (O)  <math>\angle CAD = \angle CBD</math> (2gnt cùng chắn cung CD) (2)                      Từ (1) và (2):  <math>\angle NHC = \angle CBD</math>                      Mà hai góc này ở vị trí đồng vị  <math>\Rightarrow HN // BD</math> (dnhb 2 đt song song)</p>	<p>0,25đ  0,25đ  0,25đ 0,25đ</p>
<p>Câu c 0,75đ</p>	<p><i>c) Cho <math>\angle ABC = 60^\circ</math> ; <math>R = 4\text{cm}</math>. Tìm diện tích hình quạt tròn giới hạn bởi <math>OC</math>; <math>OD</math> và <math>CD</math> nhỏ. (0,75đ)</i>                      Chỉ ra được: <math>\angle COD = 60^\circ</math>                      Tính được <math>S_{\text{quạt}(COD)} = \frac{8\pi}{3} (\text{cm}^2)</math></p>	<p>0,25đ  0,5đ</p>
<p>Câu d 0,5đ</p>	<p><i>d) Khi <math>BC</math> cố định điểm <math>A</math> di chuyển trên <math>BC</math> lớn sao cho <math>\triangle ABC</math> có ba góc nhọn. Chứng tỏ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác <math>MHN</math> là 1 điểm cố định. (0,5đ)</i>                      Gọi I; K là trung điểm của BC và AC                      Chứng minh được <math>IK \perp HN</math> và <math>HK = NK</math>                      Suy ra IK là trung trực của HN nên <math>IH = IN</math>                      Chứng minh tương tự được <math>IH = IM</math>                      Chỉ ra I là tâm đường tròn ngoại tiếp <math>\triangle MHN</math> và I cố định</p>	<p>0,25đ  0,25đ</p>
<p>Bài 5</p>	<p>Đk <math>x \geq 2</math>. Đặt <math>u = \sqrt{x+2}</math> và <math>t = \sqrt{x^2 - 2x + 4}</math> với <math>u \geq 0</math> và <math>t &gt; 0</math>                      Đưa pt về dạng : <math>3ut = 2(t^2 - u^2)</math> giải ra được <math>t = 2u</math>                      Từ đó giải ra được : <math>x_1 = 3 + \sqrt{13}</math> ; <math>x_2 = 3 - \sqrt{13}</math></p>	<p>0,25đ  0,25đ</p>

**ĐỀ ÔN TẬP SỐ 04**

**Bài 1:** (2,5đ) Cho biểu thức:  $P = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + \frac{3\sqrt{x}+1}{1-x}$

a) Rút gọn P (1,5đ)

b) Tính giá trị của P biết  $x = \frac{2}{2+\sqrt{3}}$  (0,5đ)

c) Tìm x để  $P = -\sqrt{x}$  (0,5đ)

**Bài 2:** (2đ) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Đoàn học sinh tiêu biểu trường Lương Thế Vinh về thăm quê Bác gồm 180 học sinh. Nếu dùng loại xe lớn chở một lượt hết số học sinh thì số xe cần dùng ít hơn khi dùng loại xe nhỏ là 2 xe. Biết rằng mỗi ghế trên các loại xe ngồi 1 học sinh và mỗi xe lớn nhiều hơn xe nhỏ là 15 chỗ ngồi. Cần dùng bao nhiêu xe lớn để chở hết số học sinh?

**Bài 3:** (1,5đ) Cho Parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng d:  $y = 2(m-3)x - m^2 + 7$ .

a) Khi  $m=2$ . Xác định tọa độ giao điểm của (P) và (d) (1đ)

b) Tìm m để đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt  $C(x_1; y_1); D(x_2; y_2)$  thỏa mãn:  $y_1 + y_2 = x_1 \cdot x_2 + 57$  (0,5đ)

**Bài 4:** (3,5đ) Cho đường tròn (O;R), đường kính AB. Gọi C là điểm chính giữa của cung AB, M là một điểm trên cung BC nhỏ. Kẻ  $CH \perp AM$  ( $H \in AM$ ); AM cắt OC tại E.

a) Chứng minh: Tứ giác OEMB là tứ giác nội tiếp. (1,25đ)

b) Chứng minh: Tam giác HCM vuông cân và OH là phân giác của  $\angle COM$  (1đ)

c) Gọi giao điểm của tia OH với BC là I và giao điểm thứ hai của đường thẳng MI với đường tròn (O) là D. Chứng minh:  $MC \parallel BD$  (0,75đ)

d) Gọi giao điểm của OH và BM là N. Khi M di chuyển trên cung BC nhỏ thì điểm N di chuyển trên đường nào? (0,5đ)

**Bài 5:** (0,5đ) Cho a,b,c là các số dương thỏa mãn điều kiện  $a + b + c = 1$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A = \frac{(1+a)(1+b)(1+c)}{(1-a)(1-b)(1-c)}$ .

-----Hết-----

**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM ĐỀ 04**

Bài	Đáp án	Điểm
Bài 1	$P = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}} + \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}} + \frac{3\sqrt{x+1}}{1-x}$	
Câu a	$P = \frac{(\sqrt{x-1})^2 + (\sqrt{x+1})^2 - 3\sqrt{x-1}}{(\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1})}$	0,25đ
1,5đ	$P = \frac{x - 2\sqrt{x} + 1 + x + 2\sqrt{x} + 1 - 3\sqrt{x} - 1}{(\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1})}$	0,25đ
	$P = \frac{2x - 3\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1})}$	0,25đ
	$P = \frac{(\sqrt{x-1})(2\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1})}$	0,25đ
	$P = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x+1}}$	0,25đ
	Đkxd: $x \geq 0; x \neq 1$	0,25đ
Câu b	$x = \frac{2}{2+\sqrt{3}} = (\sqrt{3}-1)^2, \text{ thay vào P}$	0,25đ
0,5đ	$P = \frac{2\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} - 1}{\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} + 1} = \frac{2(\sqrt{3}-1) - 1}{\sqrt{3}-1+1} = \frac{2\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$	0,25đ
Câu c	$P = -\sqrt{x} \Leftrightarrow x + 3\sqrt{x} - 1 = 0$	
	Đặt $t = \sqrt{x} (t \geq 0; t \neq 1)$	
	$Pt \Leftrightarrow t^2 + 3t - 1 = 0$	
0,5đ	$\Delta = 13 > 0$	
	$t_1 = \frac{-3 - \sqrt{13}}{2} (l)$	
	$t_2 = \frac{-3 + \sqrt{13}}{2} (tmdk)$	0,25đ
	Với $t = \frac{-3 + \sqrt{13}}{2} \Leftrightarrow x = \left(\frac{-3 + \sqrt{13}}{2}\right)^2 = \frac{11 - 3\sqrt{13}}{2}$	0,25đ

<p>Bài 2 2đ</p>	<p>Gọi số xe lớn là <math>x</math> (<math>x \in \mathbb{N}^*</math>, xe) Số xe nhỏ là: <math>x + 2</math>. (xe) Số xe lớn chở được: <math>\frac{180}{x}</math> (hs). Số xe nhỏ chở được: <math>\frac{180}{x+2}</math> (hs). Vì mỗi xe lớn chở được số học sinh nhiều hơn số xe nhỏ là 15 học sinh nên ta có phương trình: <math display="block">\frac{180}{x} - \frac{180}{x+2} = 15 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 24 = 0</math> Giải phương trình ta được <math>x = 4</math> (thỏa mãn điều kiện) Vậy số xe lớn là 4 chiếc</p>	<p>0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,5đ 0,5đ</p>
<p>Bài 3 Câu a 1đ</p>	<p>Toạ độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của hệ pt: <math display="block">\begin{cases} y = x^2 \\ y = 2(m-3)x - m^2 + 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2(m-3)x + m^2 - 7 = 0(*) \\ y = x^2 \end{cases}</math> Khi <math>m=2</math> pt (*) <math>\Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0</math> Giải được nghiệm <math>x_1 = 1; x_2 = -3</math>. Vậy toạ độ giao điểm của (d) và (P) là: A(1;1) B(-3;9)</p>	<p>0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ</p>
<p>Câu b 0,5đ</p>	<p>+) (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt <math>\Leftrightarrow</math> (*) có hai nghiệm phân biệt <math display="block">\Leftrightarrow \Delta' &gt; 0 \Leftrightarrow m &lt; \frac{8}{3}</math> +) <math>y_1 + y_2 = x_1 \cdot x_2 + 57 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 = x_1 \cdot x_2 + 57 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 \cdot x_2 = 57</math> (**) Áp dụng hệ thức Vi-et cho pt (*) ta có <math>x_1 + x_2 = 2(m-3)</math>; <math>x_1 \cdot x_2 = m^2 - 7</math> (**) <math>\Leftrightarrow 4(m-3)^2 - 3(m^2 - 7) = 57 \Leftrightarrow m^2 - 24m = 0</math> <math display="block">\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0(\text{tmdk}) \\ m = 24(\text{loại}) \end{cases}</math> Vậy <math>m = 0</math></p>	<p>0,25đ 0,25đ</p>

<p>Bài 4</p>		<p>0,25đ</p>
<p>Câu a 1,25đ</p>	<p><b>Hình vẽ đúng đến câu a: 0,25đ. Vẽ hình sai: Không chấm.</b></p> <p>a) Chứng minh: Tứ giác OEMB là tứ giác nội tiếp. (1,25đ)</p> <p>Xét (O)</p> <p><math>EOB = sđ BC = 90^\circ</math></p> <p><math>AMB = 90^\circ</math> (gnt chắn nửa đường tròn)</p> <p>Xét tứ giác OEMB:</p> <p><math>EOB + EMB = 180^\circ</math></p> <p>Mà O và M là hai đỉnh đối nhau.</p> <p><math>\Rightarrow</math> Tứ giác OEMB là tứ giác nội tiếp (DHNB tứ giác nội tiếp)</p>	<p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p>
<p>Câu b 1đ</p>	<p>b) Chứng minh: Tam giác HCM vuông cân và OH là phân giác của <math>\angle COM</math> (1đ)</p> <p>+) <math>\angle AMC = 45^\circ</math></p> <p>+) Chứng minh <math>\triangle HCM</math> vuông cân.</p> <p>+) <math>\triangle HOC = \triangle HOM \Rightarrow OH</math> là phân giác góc <math>\angle COM</math></p>	<p>0,5đ</p> <p>0,5đ</p>
<p>Câu c 0,75đ</p>	<p>c) Gọi giao điểm của tia OH với BC là I và giao điểm thứ hai của đường thẳng MI với đường tròn (O) là D. Chứng minh: <math>MC \parallel BD</math> (0,75đ)</p> <p>+) <math>\triangle COI = \triangle MOI</math> (c.g.c) <math>\Rightarrow IC = IM \Rightarrow \triangle CIM</math> cân tại I</p>	<p>0,25đ</p>

	$\Rightarrow IMC = ICM$ +) Xét (O): $CMD = CBD$ (2gnt cùng chắn cung CD) $\Rightarrow CBD = ICM$ Mà 2 góc này ở vị trí so le trong $\Rightarrow MC // BD$	0,25đ     0,25đ
Câu 0,5đ	d) Gọi giao điểm của OH và BM là N. Khi M di chuyển trên cung BC nhỏ thì điểm N di chuyển trên đường nào? (0,5đ) +) Chứng minh tứ giác OCNB nội tiếp $\Rightarrow CNB = 90^\circ$ +) Ta có $CNB = 90^\circ$ mà B, C cố định $\Rightarrow N$ thuộc đường tròn đường kính BC. +) Giới hạn: Khi M trùng C $\Rightarrow N$ trùng C.  Khi M trùng B $\Rightarrow N$ trùng T với T điểm chính giữa của nửa đường tròn đường kính BC. Vậy khi M di chuyển trên cung BC nhỏ thì N di chuyển trên cung CT của đường tròn đường kính BC.	0,25đ     0,25đ
Bài5	Cho a,b,c là các số dương thỏa mãn điều kiện $a+b+c = 1$ . Tìm GTNN của biểu thức $A = \frac{(1+a)(1+b)(1+c)}{(1-a)(1-b)(1-c)}$ . Ta có: $a+b+c=1 \Rightarrow 1-a=b+c > 0$ . Tương tự $1-b > 0; 1-c > 0$ . Mặt khác $1+a=1+(1-b-c) = (1-b) + (1-c) \geq 2\sqrt{(1-b)(1-c)}$ Tương tự, $1+b \geq 2\sqrt{(1-a)(1-c)}; 1+c \geq 2\sqrt{(1-a)(1-b)}$ . Suy ra $(1+a)(1+b)(1+c) \geq 8\sqrt{(1-a)^2(1-b)^2(1-c)^2} = 8(1-a)(1-b)(1-c)$ $A = \frac{(1+a)(1+b)(1+c)}{(1-a)(1-b)(1-c)} \geq 8$ . Dấu “=” xảy ra khi $1-a=1-b=1-c \Leftrightarrow a=b=c=\frac{1}{3}$ .	0,25đ          0,25đ

**ĐỀ ÔN TẬP SỐ 05**

**Bài I (2,0 điểm)** Cho biểu thức  $P = \left( \frac{x - 3\sqrt{x}}{x - 9} - 1 \right) : \left( \frac{9 - x}{x + \sqrt{x} - 6} - \frac{\sqrt{x} - 3}{2 - \sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 3} \right)$

a) Rút gọn P

b) Tính giá trị của P biết  $x = \frac{2}{3 + \sqrt{5}}$

c) Tìm m để có 1 giá trị x thoả mãn  $P(\sqrt{x} - 2) + \sqrt{x}(2x - m) + \sqrt{x}(1 - 2\sqrt{x}) = 4 - m$

**Bài II (2,0 điểm)** Giải bài toán bằng cách lập phương trình:

Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 20km trong một thời gian đã định. Sau khi đi được một giờ với vận tốc dự định, người đó giảm vận tốc đi 2 km/h trên quãng đường còn lại, nên đã đến B chậm 15 phút so với dự định. Tính vận tốc dự định của người đi xe đạp.

**Bài III (2 điểm)** Cho (P)  $y = x^2$  và (d)  $y = 4mx + 3$

a) Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của m

b) Gọi  $x_1; x_2$  là hoành độ giao điểm của (d) và (P). Chứng minh rằng:

$$T = x_1^2 + 4mx_2 - 3m^2 - 2 > 0 \text{ với mọi } m.$$

**Bài IV (3,5 điểm)**

Cho  $\Delta ABC$  nhọn nội tiếp (O), các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Kẻ đường kính AK.

a) Tứ giác BHCK là hình gì? Vì sao?

b) Chứng minh rằng  $\widehat{BAH} = \widehat{OAC}$

c) HK cắt BC tại M; AM cắt HO tại G. Chứng minh rằng G là trọng tâm của  $\Delta ABC$ .

d) Tìm mối liên hệ giữa  $\widehat{B}$  và  $\widehat{C}$  của  $\Delta ABC$  để  $OH \parallel BC$ .

**Bài V (0,5 điểm)** Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$A = \frac{\sqrt{x-1}}{x} + \frac{\sqrt{y-2}}{y} + \frac{\sqrt{z-3}}{z} \text{ với } x \geq 1, y \geq 2, z \geq 3$$

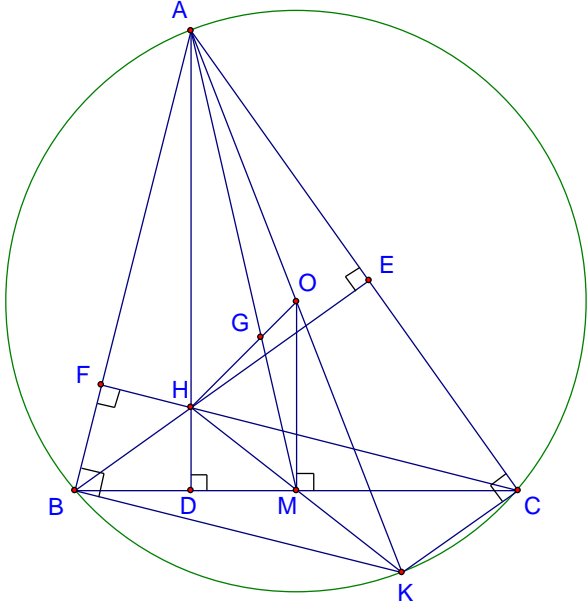
-----Hết-----

**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM ĐỀ 05**

BÀI	ĐÁP ÁN	BIỂU ĐIỂM
Bài 1 a	$P = \left( \frac{x-3\sqrt{x}}{x-9} - 1 \right) : \left( \frac{9-x}{x+\sqrt{x}-6} - \frac{\sqrt{x}-3}{2-\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3} \right)$ $P = \left( \frac{x-3\sqrt{x}-x+9}{x-9} \right) : \left( \frac{9-x}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)} + \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3} \right)$ $P = \frac{-3\sqrt{x}+9}{x-9} : \frac{9-x+(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)-(\sqrt{x}-2)^2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)}$ $P = \frac{-3(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} : \frac{9-x+x-9-(\sqrt{x}-2)^2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)}$ $P = \frac{-3}{(\sqrt{x}+3)} : \frac{-(\sqrt{x}-2)^2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)} = \frac{3}{(\sqrt{x}+3)} \cdot \frac{(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-2)}$ $P = \frac{3}{\sqrt{x}-2}$ <p>Đkxđ: <math>x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
b	$x = \frac{2}{3+\sqrt{5}} = \left( \frac{\sqrt{5}-1}{2} \right)^2$ $P = 3 : \left( \frac{\sqrt{5}-1}{2} - 2 \right) = 3 : \frac{\sqrt{5}-5}{2} = \frac{6}{\sqrt{5}-5} = -\frac{3\sqrt{5}+15}{10}$	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
c	<p>Tìm m để có 1 giá trị x thoả mãn</p> $P(\sqrt{x}-2) + \sqrt{x}(2x-m) + \sqrt{x}(1-2\sqrt{x}) = 4-m \quad (*)$ $\Leftrightarrow 3+2x\sqrt{x}-m\sqrt{x}+\sqrt{x}-2x-4+m=0$ $\Leftrightarrow 2x(\sqrt{x}-1)-m(\sqrt{x}-1)+(\sqrt{x}-1)=0$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x}-1)(2x-m+1)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1(\text{tmdk}) \\ x=\frac{m-1}{2} \end{cases}$ <p>Để có 1 giá trị x thoả mãn (*):</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>



	$\left[ \begin{array}{l} \frac{m-1}{2} = 1 \\ \frac{m-1}{2} < 0 \\ \frac{m-1}{2} = 4 \\ \frac{m-1}{2} = 9 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[ \begin{array}{l} m = 3 \\ m < 1 \\ m = 9 \\ m = 19 \end{array} \right. \text{ Vậy } m < 1 \text{ hoặc } m \in \{3; 9; 19\}$	
Bài 2	<p>Gọi vận tốc dự định của xe đạp là x (<math>2 &lt; x &lt; 20</math>; km/h)</p> <p>Thời gian xe đạp dự định đi hết 20km là <math>\frac{20}{x}</math> (h)</p> <p>1 giờ đầu xe đạp đi được <math>1 \cdot x = x</math> (km)</p> <p>Quãng đường còn lại của xe đạp là <math>20 - x</math> (km)</p> <p>Vận tốc của xe đạp trên quãng đường còn lại là <math>x - 2</math> (km/h)</p> <p>Thời gian xe đạp đi trên quãng đường còn lại là <math>\frac{20-x}{x-2}</math> (h)</p> <p>Vì xe đạp đến B chậm 15phút = <math>\frac{1}{4}</math> (h) nên ta có phương trình:</p> $\left( 1 + \frac{20-x}{x-2} \right) - \frac{1}{4} = \frac{20}{x}$ <p>Giải phương trình ta được <math>x = 10</math></p> <p>Trả lời: Vận tốc dự định của người đó là 10km/h</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p>
Bài III	Lập luận để có phương trình hoành độ giao điểm $x^2 - 4mx - 3 = 0$ (I)	0,5
a	$\Delta' = 4m^2 + 3 > 0 \forall m$ Nên phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m Do đó (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m	0,5
b	<p>Ta có <math>T = x_1^2 + m4x_2 - 3m^2 - 2</math></p> <p>áp dụng hệ thức Vi-et cho pt (1) ta có <math>x_1 + x_2 = 4m \Rightarrow x_2 = 4m - x_1</math></p> $T = x_1^2 + 4m(4m - x_1) - 3m^2 - 2 = (x_1^2 - 4mx_1 - 3) + m^2 + 1$ <p>Vì <math>x_1</math> là nghiệm của (1) nên <math>x_1^2 - 4mx_1 - 3 = 0</math></p> $\Rightarrow T = m^2 + 1 > 0 \forall m$	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

<p>Bài IV</p>	 <p>a) Tứ giác BHCK là hình gì? Vì sao?          Xét (O):  <math>\widehat{ACK} = 90^\circ</math> (gnt chắn nửa đường tròn)  <math>\Rightarrow CK \perp AC</math>          Mà <math>BE \perp AC</math> (BE là đường cao <math>\triangle ABC</math>)  <math>\Rightarrow BE \parallel CK</math> (từ vg góc đến song song)          Cmtt: <math>BK \parallel CF</math>          Xét tứ giác BHCK:  <math>BH \parallel CK</math> (cmt)  <math>CH \parallel BK</math> (cmt)  <math>\Rightarrow</math> Tg BHCK là HBH (dnhbHBH)</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,5</p>
<p>b</p>	<p><b>CMR:</b> <math>\widehat{BAH} = \widehat{OAC}</math>          + CM <math>\widehat{BAH} = \widehat{HCB}</math>          + CM <math>\widehat{HCB} = \widehat{CBK}</math>          + CM <math>\widehat{CBK} = \widehat{CAO}</math>  <math>\Rightarrow \widehat{BAH} = \widehat{OAC}</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>c</p>	<p>c) HK cắt BC tại M; AM cắt HO tại G. Chứng minh rằng G là trọng tâm của <math>\triangle ABC</math>.          + Chứng minh OM là đường trung bình <math>\triangle AHK \Rightarrow OM = \frac{1}{2} AH</math>          + Chứng minh <math>OM \perp BC</math>  <math>\Rightarrow AH \parallel OM \Rightarrow \frac{AG}{GM} = \frac{AH}{MO} = 2</math>  <math>\Rightarrow AG = \frac{2}{3} AM</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

	Mà AM là trung tuyến $\Delta ABC \Rightarrow G$ là trọng tâm $\Delta ABC$	
d	<p><b>Khi OH//BC</b>  <b>+ Chứng minh tứ giác OHDM là HCN <math>\Rightarrow OM = HD</math></b>  Mà <math>OM = \frac{1}{2}AH \Rightarrow HD = \frac{1}{2}AH</math>  <math>\Rightarrow \frac{AH}{HD} = 3</math>  Ta có <math>tgB = tgDHC = \frac{DC}{DH}</math> ;  Mà <math>tgC = \frac{AD}{DC} \Rightarrow tgB.tgC = \frac{DC}{DH} \cdot \frac{AD}{DC} = \frac{AD}{DH} = 3</math>  Vậy để OH//BC thì <math>tgB.tgC=3</math>.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
Bài V	<p>Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức</p> $A = \frac{\sqrt{x-1}}{x} + \frac{\sqrt{y-2}}{y} + \frac{\sqrt{z-3}}{z} \text{ với } x \geq 1, y \geq 2, z \geq 3$ <p>Áp dụng bất đẳng thức cô si cho hai số không âm 1 và x - 1 ta có:</p> $\sqrt{1 \cdot (x-1)} \leq \frac{1+x-1}{2} = \frac{x}{2}$ <p>Tương tự : <math>\sqrt{y-2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{y-2} \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{2+y-2}{2} = \frac{y}{2\sqrt{2}}</math></p> $\sqrt{z-3} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{z-3} \leq \frac{1}{3} \cdot \frac{3+z-3}{2} = \frac{z}{2\sqrt{3}}$ $\Rightarrow A \leq \frac{x}{2x} + \frac{y}{2\sqrt{2}y} + \frac{z}{2\sqrt{3}z} \Rightarrow A \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{3}}$ <p>Dấu "=" xảy ra <math>\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=4 \\ z=6 \end{cases}</math></p> $\Rightarrow \text{Vậy GTLN của } A = \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{3}} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=4 \\ z=6 \end{cases}$	<p>0,25</p> <p>0,25</p>

**ĐỀ ÔN TẬP SỐ 06**

**Bài I (2,5 điểm)** Cho biểu thức  $P = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}} + \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}} - \frac{2\sqrt{x+2}}{x-1}$

a) Rút gọn P

b) Tính giá trị của P biết  $x = 4 + 2\sqrt{3}$

c) So sánh P với 2

**Bài II (2 điểm)** Giải bài toán bằng cách lập phương trình:

Một người đi xe máy từ A đến B cách nhau 120km với vận tốc dự định trước. Sau khi đi được  $\frac{1}{3}$  quãng đường AB, người đó tăng vận tốc thêm 10km mỗi giờ trên quãng đường còn lại. Tìm vận tốc dự định, biết rằng người đó đến B sớm hơn dự định 24 phút.

**Bài III (1,5 điểm)** Cho phương trình  $x^2 - (3m-1)x + 2m^2 - m = 0$

a) Giải phương trình với  $m = 1$  (1 điểm)

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$  thỏa mãn  $|x_1 - x_2| - 2 = 0$   
(0,5 điểm)

**Bài IV (3,5 điểm)** Cho (O;R) đường kính AB cố định. Dây CD di động vuông góc với AB tại H nằm giữa A và O. Lấy điểm F thuộc cung AC nhỏ. BF cắt CD tại E; AF cắt tia DC tại I.

a) Chứng minh rằng tứ giác AHEF là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh rằng: HA. HB = HE. HI

c) Đường tròn ngoại tiếp tam giác IEF cắt AE tại M. Chứng minh rằng: M thuộc (O;R)

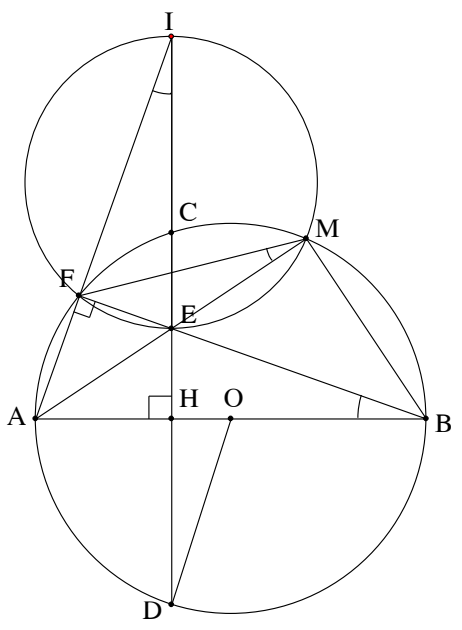
d) Tìm vị trí của H trên OA để tam giác OHD có chu vi lớn nhất.

**Bài V (0,5 điểm)** Tìm giá trị nhỏ nhất của  $M = 5x^2 + y^2 - 2x + 2y + 2xy + 2014$

-----Hết-----

**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM ĐỀ 06**

BÀI	ĐÁP ÁN	BIỂU ĐIỂM
Bài 1 a	$P = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ Đkxd: $x \geq 0; x \neq 1$	1,25  0,25
b	$x = 4 + 2\sqrt{3} = (\sqrt{3} + 1)^2$ $P = \frac{2(\sqrt{3} + 1)}{\sqrt{3} + 2} = \frac{(2\sqrt{3} + 2)(\sqrt{3} - 2)}{3 - 4}$ $P = \frac{6 - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 4}{-1} = 2\sqrt{3} - 2$	0,25  0,25
c	Xét $P - 2 = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} - 2$ $P - 2 = \frac{-2}{\sqrt{x} + 1}$ Ta có $x \geq 0$ nên $\sqrt{x} + 1 > 0 \Rightarrow \frac{-2}{\sqrt{x} + 1} < 0 \Leftrightarrow P - 2 < 0 \Leftrightarrow P < 2$ Vậy $P < 2$ với mọi $x$ thỏa mãn điều kiện xác định	0,25  0,25
Bài 2	Gọi vận tốc dự định là $x$ ( $x > 0$ ; km/h) Thời gian người đó dự định đi hết quãng đường AB là $\frac{120}{x}$ (h) *) Đoạn đường đầu dài $\frac{1}{3} \cdot 120 = 40$ (km) Thời gian người đó đi 40 km đầu là $\frac{40}{x}$ (h) *) Đoạn đường sau dài $120 - 40 = 80$ (km) Vận tốc của người đó trên đoạn đường này là $x + 10$ (km/h) Thời gian người đó đi 80 km còn lại là $\frac{80}{x + 10}$ (h) Vì người đó đến B sớm hơn dự định 24 phút = $\frac{2}{5}$ (h) nên ta có phương trình: $\frac{120}{x} - \left( \frac{40}{x} + \frac{80}{x + 10} \right) = \frac{2}{5}$ Giải pt tìm được $x = 40$ Vậy vận tốc dự định của người đó là 40km/h.	0,5  0,25  0,25  0,5

		0,25
Bài IIIa	Với $m = 1$ . Giải phương trình tìm được $x = 1$	0,5
b	$x^2 - (3m-1)x + 2m^2 - m = 0$ (*) *) Phương trình có hai nghiệm pb $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m \neq 1$ *) Ta có $ x_1 - x_2  = 2 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 4$ (**) áp dụng hệ thức Vi-et cho (*) ta có $x_1 + x_2 = 3m - 1; x_1 \cdot x_2 = 2m^2 - m$ (**) $\Leftrightarrow (3m - 1)^2 - 4(2m^2 - m) = 4 \Leftrightarrow m = -1; m = 3$ (tmđk)	0,25
Bài IV	 <p>a) Chứng minh rằng tứ giác AHEF là tứ giác nội tiếp.</p>	
b	b) Chứng minh rằng: $HA \cdot HB = HE \cdot HI$ Chứng minh $\Delta HBE$ đồng dạng $\Delta HIA$ Suy ra $HA \cdot HB = HE \cdot HI$	1
c	c) Đường tròn ngoại tiếp tam giác IEF cắt AE tại M. Chứng minh rằng: M thuộc $(O;R)$ Xét đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF: $\widehat{FME} = \widehat{FIE}$ (hai gnt cùng chắn cung EF) Mà $\widehat{FIE} = \widehat{FBA}$ (cmt) Suy ra $\widehat{FMA} = \widehat{FBA}$ Từ đó cmt tứ giác AFMB nội tiếp Mà A, F, B thuộc $(O)$ , suy ra M thuộc $(O)$ .	0,25 0,25 0,25 0,25
d	d) Tìm vị trí của H trên OA để tam giác OHD có chu vi lớn nhất.	

	<p>Ta có chu vi tam giác <math>OHD = OH + OD + HD = R + OH + OD</math></p> $(OH + OD)^2 = OH^2 + OD^2 + 2OH \cdot OD = R^2 + 2OH \cdot OD$ <p>Mà <math>2OH \cdot OD \leq OH^2 + OD^2</math> (BĐT Cô si) <math>\Leftrightarrow 2OH \cdot OD \leq R^2</math></p> $\Rightarrow (OH + OD)^2 \leq R^2 + R^2 \Leftrightarrow OH + OD \leq R\sqrt{2}$ $\Rightarrow \text{Chu vi } \triangle OHD \leq R + R\sqrt{2} \Rightarrow \text{Chu vi } \triangle OHD_{\text{Max}} = R + R\sqrt{2}$ <p><math>\Leftrightarrow OH = OD \Leftrightarrow \triangle OHD</math> vuông cân tại H</p> $\Rightarrow OH = R \cdot \cos 45^\circ = \frac{R\sqrt{2}}{2}$	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>Bài V</p>	<p>Phân tích được <math>M = (x+y+1)^2 + (2x-1)^2 + 2012</math></p> <p>Lập luận <math>M_{\min} = 2012</math> khi <math>x=0,5; y = 1,5</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>

**ĐỀ ÔN TẬP SỐ 07**

**Bài I (2 điểm)** Cho biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x} + 9}{x - 3\sqrt{x}}$  và  $B = \frac{\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x} - 3}$  với

$x > 0; x \neq 9; x \neq 16$

- a) Tính giá trị của B biết  $x = 4 - 2\sqrt{3}$
- b) Rút gọn A
- c) Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $P \in \mathbb{Z}$  biết  $P = A : B$

**Bài II (2 điểm)** Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một người dự định đi xe đạp từ A đến B cách nhau 36km. Sau khi đi được nửa quãng đường, người đó dừng lại nghỉ 18 phút. Do đó, để đến B đúng dự định, người đó đã tăng vận tốc thêm 2km mỗi giờ trên quãng đường còn lại. Tính vận tốc ban đầu của người đó.

**Bài III (2 điểm)** 1. Giải hệ phương trình (0,75 điểm): 
$$\begin{cases} \frac{2}{x-2} + \frac{1}{y-1} = 5 \\ \frac{3}{x-2} - \frac{2}{y-1} = 4 \end{cases}$$

2. Cho hàm số:  $y = x^2$  (P) và đường thẳng d:  $y = 2(m + 4)x - m^2 + 8$

- a) Tìm tọa độ giao điểm của d và (P) khi  $m = -1$  (0,5 điểm)
- b) Tìm m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt  $P(x_1; y_1)$  và  $Q(x_2; y_2)$  thỏa mãn (0,75 điểm):  $y_1 + y_2 = x_1 \cdot x_2 + 121$

**Bài IV (3,5 điểm)** Cho (O;R) và điểm A nằm ngoài (O). Qua A kẻ hai tiếp tuyến AM, AN với (O). Tia MO cắt (O) tại B và cắt tia AN tại C.

- a) Chứng minh bốn điểm A, M, O, N cùng thuộc một đường tròn. (1 điểm)
- b) Chứng minh rằng:  $CB \cdot CM = CN^2$ . (1 điểm)
- c) Đoạn OA cắt MN tại H và cắt (O) tại I.

Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp  $\Delta AMN$  (1 điểm)

d) Chứng minh rằng  $\frac{AH}{HI} > 2$  (0,5 điểm)

**Bài V (0,5 điểm)** Tìm giá trị nhỏ nhất của  $M = 5x^2 + y^2 - 2x + 2y + 2xy + 2017$

-----Hết-----





**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM ĐỀ 07**

BÀI	ĐÁP ÁN	BIỂU ĐIỂM
I a)	$A = \frac{x+2}{x-3}; B = \frac{x-4}{x-3}$	0,25
	$A = \frac{x+2}{x-3}; B = \frac{x-4}{x-3}$ Đkxd: $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$	0,25 0,25
b	Đkxd: $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$ $x = 4 - 2\sqrt{3} = (\sqrt{3} - 1)^2$ , thay vào P ta có:	0,25
	$P = \frac{\sqrt{3}-1+3}{\sqrt{3}-1-2} = \frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-3} = \frac{(2+\sqrt{3})(\sqrt{3}+3)}{(\sqrt{3}-3)(\sqrt{3}+3)} = \frac{-9-5\sqrt{3}}{6}$	0,25
c	Đkxd: $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$ $\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+8}{2(\sqrt{x}-2)} < 0$	0,25
	Ta có $x \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}+8 > 0$ . Để $\frac{\sqrt{x}+8}{2(\sqrt{x}-2)} < 0$ thì $\sqrt{x}-2 < 0 \Leftrightarrow x < 4$ . Kết hợp đkxd: $0 \leq x < 4$	0,25
II	Gọi vận tốc ban đầu của người đó là x ( $x > 0$ ; km/h)	0,25
	Thời gian dự định đi hết quãng đường của người đó là $\frac{36}{x}$ (h)	0,25
	Thực tế: *) Nửa đầu quãng đường dài $36:2=18$ (km) - Vận tốc trên nửa quãng đường đầu là x (km/h) - Thời gian người đó đi hết nửa đầu quãng đường là $\frac{18}{x}$ (h)	0,25
	*) Người đó nghỉ 18 phút = $\frac{3}{10}$ (h) *) Nửa sau quãng đường dài: 18km - Vận tốc của người đó đi ở nửa sau quãng đường là x+2 (km/h) - Thời gian người đó đi hết nửa còn lại của quãng đường là $\frac{18}{x+2}$ (h)	0,25
*) Vì người đó đến B đúng dự định nên ta có phương trình: $\frac{18}{x} + \frac{3}{10} + \frac{18}{x+2} = \frac{36}{x}$ $\Leftrightarrow x^2 + 2x - 120 = 0$	0,25	
Giải phương trình ta có $x_1 = 10$ (thỏa mãn điều kiện) $x_2 = -12$ (loại)	0,25	

	<p>Vận tốc ban đầu của người đó là 10km/h</p> <p>Thời gian xe lăn bánh trên đường là <math>\frac{36}{10} - \frac{3}{10} = 3,3 \text{ h} = 3\text{h}18'</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
III	<p>1. <math display="block">\begin{cases} \frac{2}{x-2} + \frac{1}{y-1} = 5 \\ \frac{3}{x-2} - \frac{2}{y-1} = 4 \end{cases}, \text{ đkxd: } x \neq 2; y \neq 1</math></p> <p>Đặt <math>\frac{1}{x-2} = u; \frac{1}{y-1} = v</math>. Giải hệ pt: <math display="block">\begin{cases} 2u + v = 5 \\ 3u - 2v = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 2 \\ v = 1 \end{cases}</math></p> <p>Hệ pt có nghiệm duy nhất (5/2;2)</p> <p>2. Pt hoành độ giao điểm: <math>x^2 - 2(m+4)x + m^2 - 8 = 0</math> (*)</p> <p>a) Khi <math>m = -1</math>, ta có phương trình <math>x^2 - 6x - 7 = 0</math> Giải phương trình tìm được <math>x_1 = -1; x_2 = 7</math>, ta có A(-1;1) B(7;49)</p> <p>b) Tìm m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt P(x<sub>1</sub>;y<sub>1</sub>) và Q(x<sub>2</sub>;y<sub>2</sub>) thỏa mãn (0,75điểm): <math>y_1 + y_2 = x_1 \cdot x_2 + 121</math></p> <p>*) d cắt (P) tại hai điểm phân biệt <math>\Leftrightarrow</math> Pt có hai nghiệm phân biệt <math>\Leftrightarrow m &gt; -3</math></p> <p>*Ta có <math>y_1 = x_1^2; y_2 = x_2^2</math>, mà <math>y_1 + y_2 = x_1 \cdot x_2 + 121</math> <math>\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 = x_1 \cdot x_2 + 121 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 \cdot x_2 = 121</math> Áp dụng hệ thức Vi-et cho (*), tìm được <math>m = 1</math> (tmđk); <math>m = -33</math> (loại) Vậy <math>m = 1</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
IV		<p>0,25</p> <p>Hình vẽ đúng đến câu a</p>
	<p>a) Chứng minh bốn điểm A, M, O, N cùng thuộc một đường tròn.</p> <p>+) Chứng minh tứ giác OMAN có tổng hai góc đối bằng <math>180^\circ</math>.</p> <p>Suy ra tứ giác OMAN là tứ giác nội tiếp.</p>	<p>0,5</p>

	+) Suy ra bốn điểm A, M, O, N cùng thuộc một đường tròn	0,25
	b) Chứng minh rằng: $CB \cdot CM = CN^2$ . +) Chứng minh góc $BMN =$ góc $BNC$ (gnt và góc tạo bởi tia tiếp tuyến cùng chắn cung BN) +) Chứng minh $\Delta CNB$ đồng dạng với $\Delta CMN$ +) Suy ra $CB \cdot CM = CN^2$ .	0,25 0,5 0,25
	c) Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp $\Delta AMN$ +) IA là phân giác góc MAN +) góc $PMI =$ góc $MNI$ . +) $\Delta MIN$ cân. +) góc $PMI =$ góc $MNI \Rightarrow$ IA là phân giác góc AMN I là tâm đường tròn nội tiếp $\Delta AMN$	0,25 0,25 0,25 0,25
	d) OA cắt MN tại H và cắt (O) tại I. Chứng minh rằng $\frac{AH}{HI} > 2$ . Kẻ IP, IQ vuông góc với AM và AN $\Rightarrow IH = IP = IQ$ . Cách 1: $IP < IA \Leftrightarrow IH < IA \Leftrightarrow IH + IH < IH + IA \Leftrightarrow 2IH < AH \Leftrightarrow \frac{AH}{HI} > 2$ Cách 2: $S_{IAN} + S_{IAM} + S_{IMN} = S_{MAN} \Rightarrow IH = \frac{AH \cdot MN}{AM + AN + MN}$ Mà $AM + AN > MN \Rightarrow IH < \frac{AH \cdot MN}{MN + MN} \Leftrightarrow 2IH < AH \Leftrightarrow \frac{AH}{HI} > 2$	0,25 0,25
V	Phân tích được $M = (x+y+1)^2 + (2x-1)^2 + 2015$  Lập luận được $M_{\min} = 2015$ khi $x=0,5; y = 1,5$	0,25 0,25

**ĐỀ ÔN TẬP SỐ 08**

**Bài 1 (2,0 điểm)** Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{3}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-3}{x-1} \right) : \left( \frac{x+2}{x+\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} \right)$

a) Rút gọn P

b) Tính giá trị của P khi  $x = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$

c) Tìm giá trị của x để  $P = \sqrt{x} - 1$

**Bài 2 (2,0 điểm):** Giải bài toán bằng cách lập phương trình.

Một người đi xe máy từ A đến B cách nhau 80 km trong một thời gian đã định. Sau khi được 30 phút, đường tốt hơn nên đã tăng vận tốc thêm 8 km/h so với lúc đầu, do đó người ấy đến B sớm hơn dự định 15 phút. Tính vận tốc dự định của người đi xe máy.

**Bài 3 (2 điểm):**

Cho Parabol (P):  $y = -x^2$  và đường thẳng (d) có hệ số góc k ; đi qua điểm M (-1; -2).

- Chứng minh rằng với mọi giá trị của k đường thẳng (d) luôn cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt A và B.
- Xác định k để A, B nằm về hai phía của trục tung.

**Bài 4: (3,5 điểm)**

Cho 3 điểm A, B, C cố định cùng nằm trên 1 đường thẳng (B nằm giữa A và C). Một đường tròn (O) thay đổi nhưng luôn đi qua hai điểm B, C (BC không là đường kính của đường tròn (O)). Kẻ các tiếp tuyến AE, AF của đường tròn (O) (E, F là các tiếp điểm). Gọi I là trung điểm của BC, K là trung điểm của EF. Tia EI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là D. Chứng minh:

- $AE^2 = AB \cdot AC$
- 5 điểm A, E, I, O, F cùng thuộc một đường tròn.
- $FD \parallel AC$
- Khi đường tròn (O) thay đổi nhưng vẫn đi qua B và C thì đường tròn ngoại tiếp  $\Delta OIK$  luôn đi qua 2 điểm cố định.

**Bài 5 (0,5 điểm):**

Cho x, y là hai số dương có tổng bằng 1. Tìm GTNN của biểu thức:

$$E = \left( x + \frac{1}{x} \right)^2 + \left( y + \frac{1}{y} \right)^2$$

-----Hết-----

**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM ĐỀ 08**

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
<b>Câu 1 (2 điểm)</b>		
Phần a):	- đk: $x \geq 0; x \neq 1$	(0,25 đ)
	- Kq ngoặc đơn thứ nhất: $\frac{4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$	(0,5 đ)
	- Kq ngoặc đơn thứ hai: $\frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}+2}$	(0,5 đ)
	- Kết quả rút gọn: $P = \frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$	(0,25 đ)
Phần b)	- Tính được: $\sqrt{x} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$	(0,25 đ)
	- Tính $P = 6 - 2\sqrt{5}$	(0,25 đ)
Phần c)	- Biến đổi: $x - 4\sqrt{x} - 1 = 0$	(0,25 đ)
	- Kết quả: $x = 9 + 4\sqrt{5} (\in \mathbb{D}KX\mathbb{D})$	(0,25 đ)
<b>Câu 2 (2 điểm)</b>		
	- Gọi vận tốc dự định là $x$ km/h, $x > 0$ - Thời gian đi từ A $\rightarrow$ B: $\frac{80}{x}$ (h)	0,25 đ
	- Sau 30' đi được: $\frac{x}{2}$ (km) - Quãng đường còn lại: $80 - \frac{x}{2} = \frac{160-x}{2}$ (km)	0,25 đ
	- Vận tốc trên quãng đường còn lại: $x + 8$ (km/h)	
	- Thời gian trên quãng đường còn lại: $\frac{160-x}{2(x+8)}$ (h)	0,25 đ
	- Lập được phương trình: $\frac{80}{x} = \frac{1}{2} + \frac{160-x}{2(x+8)} + \frac{1}{4}$	0,25 đ
	- Đưa về dạng: $x^2 + 24x - 2560 = 0$	
	- Giải ra được nghiệm $x_1 = 40; x_2 = -64$	0,25 đ
	- Loại nghiệm và kết luận	0,25 đ
<b>Câu 3 (2 điểm)</b>		
Phần a	- Pt đường thẳng (d): $y = kx + k - 2$	0,25 đ
	- Pt hoành độ giao điểm: $x^2 + kx + k - 2 = 0$ (1)	0,50đ
	- $\Delta = k^2 + 4(k-2) = k^2 - 4k + 8$	

	$\Delta = k^2 - 4k + 4 + 4$ $\Delta = (k - 2)^2 + 4 > 0 \forall k$	
	- Kết luận	0,25 đ
Phần b)	- (d) cắt (P) tại 2 điểm A, B ở hai phía đối với trục tung	0,5 đ
	- Pt (1) có 2 nghiệm trái dấu	0,5 đ
	- $x_1 \cdot x_2 = k - 2 < 0$	0,5 đ
	- $k < 2$	
<b>Câu 4 (3,5 điểm)</b>		
Phần a)	- $\Delta AEB \sim \Delta ACE$ (g.g)	0,5 đ
	- $\Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AC}{AE}$	
	- $AE^2 = AC \cdot AB$	0,5 đ
Phần b)	- I là trung điểm của BC $\Rightarrow OI \perp BC$	0,25 đ
	- Ta có: $\angle AEO = \angle AFO = \angle AIO = 90^\circ \dots$	
	- Tứ giác AEOF nội tiếp	0,25 đ
	- Tứ giác AIOF nội tiếp	0,25 đ
	- $\Rightarrow A, E, I, O, F$ cùng nằm trên một đường tròn đường kính AO	0,25 đ
	- CM cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa	
Phần c)	- $\angle FDE = \angle FED = \frac{1}{2} \text{sd } DF$	0,25 đ
	- $\angle IEF = \angle IAF = \frac{1}{2} \text{sd } FI$	0,25 đ
	- $\Rightarrow \angle IAF = \angle DFx$	0,25 đ
	- $FD \parallel AC$	0,25 đ
Phần d)	- $EF \cap BC = \{ N \} \Rightarrow$ tứ giác OKNI nội tiếp	0,25 đ
	- $\Rightarrow$ đường tròn ngoại tiếp $\Delta OIK$ qua N	
	- Lập luận tương tự để có điểm I cố định	0,25 đ
	- $\Rightarrow$ Khi (O) thay đổi nhưng vẫn qua B và C thì đường tròn ngoại tiếp $\Delta OIK$ luôn đi qua 2 điểm cố định là I và N	
<b>Câu 5 (0,5 điểm)</b>		
	- Ta có: $E = (x^2 + y^2) \left( 1 + \frac{1}{x^2 y^2} \right) + 4$	0,25 đ
	- $2(x^2 + y^2) \geq (x + y)^2 = 1 \Rightarrow x^2 + y^2 \geq \frac{1}{2}$	
	- $x + y \geq 2\sqrt{xy} \Rightarrow 1 \geq 2\sqrt{xy} \Rightarrow \frac{1}{x^2 y^2} \geq 16$	
	- $E \geq \frac{1}{2}(1 + 16) + 4 = \frac{25}{2}$	0,25





**ĐỀ ÔN TẬP SỐ 09**

**Bài 1** (2 điểm) Cho biểu thức  $P = \frac{2\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$

1) Rút gọn P (1 điểm)

2) Tính giá trị của x biết  $P = 5$  (0,5 điểm)

3) Tìm các giá trị nguyên của x để P có giá trị là một số tự nhiên. (0,5 điểm)

**Bài 2** (2 điểm). Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Một người đi xe máy từ A đến B cách nhau 80 km trong một thời gian đã định. Sau khi được 30 phút, người đó tăng vận tốc thêm 8 km/h so với lúc đầu. Vì vậy, người đó đến B sớm hơn dự định 15 phút. Tính vận tốc dự định của người đi xe máy.

**Bài 3** (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình (0,75 điểm): 
$$\begin{cases} \frac{2}{x-2} + \frac{1}{y-1} = 5 \\ \frac{3}{x-2} - \frac{2}{y-1} = 4 \end{cases}$$

2) Cho Parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = (2m+1)x - 2m$ .

a) Khi  $m=1$ . Xác định tọa độ giao điểm của (P) và (d) (0,75đ)

b) Tìm m để (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt  $P(x_1; y_1); Q(x_2; y_2)$

sao cho  $T = y_1 + y_2 - x_1 x_2$  nhỏ nhất (0,5đ)

**Bài 4** (3,5 điểm) Cho (O;R) đường kính AB cố định. Dây CD di động vuông góc với AB tại H nằm giữa A và O. Lấy điểm F thuộc cung AC nhỏ. BF cắt CD tại E; AF cắt tia DC tại I.

a) Chứng minh rằng tứ giác AHEF là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh rằng:  $HA \cdot HB = HE \cdot HI$

c) Đường tròn ngoại tiếp tam giác IEF cắt AE tại M. Chứng minh rằng: M thuộc (O;R)

d) Tìm vị trí của H trên OA để tam giác OHD có chu vi lớn nhất.

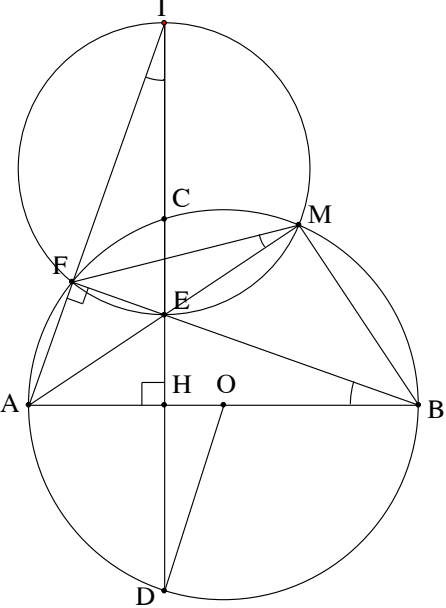
**Bài 5** (0,5 điểm) Cho x, y là hai số dương thỏa mãn  $x+y = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $E = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{y}\right)^2$

- HẾT -

**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM ĐỀ 09**

BÀI	ĐÁP ÁN	BIỂU ĐIỂM							
1 a	$P = \frac{2\sqrt{x} - 9}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)} - \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} + \frac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3}$ $P = \frac{2\sqrt{x} - 9 - (\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3) + (2\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)}$ $P = \frac{2\sqrt{x} - 9 - (x - 9) + (2x - 3\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)}$ $P = \frac{2\sqrt{x} - 9 - x + 9 + 2x - 3\sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)}$ $P = \frac{x - \sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)}$ $P = \frac{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)}$ $P = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3}$ <p>Đkxđ: <math>x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9</math></p>	0,25           0,25           0,25							
b	<p>b) Tính giá trị của <math>x</math> biết <math>P = 5</math></p> $P = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3} = 5 \Leftrightarrow \sqrt{x} + 1 = 5\sqrt{x} - 15$ $\Leftrightarrow 4\sqrt{x} = 16 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 4 \Leftrightarrow x = 16$	0,25           0,25							
c	<p>Tìm các giá trị nguyên của <math>x</math> để <math>P</math> có giá trị là một số tự nhiên</p> <p>Ta có <math>P = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3} = 1 + \frac{4}{\sqrt{x} - 3}</math>, <math>P \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow (\sqrt{x} - 3) \in U(4) = \{\pm 4; \pm 2; \pm 1\}</math></p> <p>Ta có bảng:</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td><math>\sqrt{x} - 3</math></td> <td>-4</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>4</td> </tr> </table>	$\sqrt{x} - 3$	-4	-2	-1	1	2	4	0,25
$\sqrt{x} - 3$	-4	-2	-1	1	2	4			

	<table border="1"> <tr> <td><math>\sqrt{x}</math></td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td><math>\emptyset</math></td> <td>1</td> <td>4 (loại)</td> <td>16</td> <td>25</td> <td>49</td> </tr> <tr> <td>P</td> <td></td> <td>-1(loại)</td> <td></td> <td>5</td> <td>3</td> <td>2</td> </tr> </table> <p>Để P có giá trị là một số tự nhiên thì <math>x \in \{16;25;49\}</math></p>	$\sqrt{x}$	-1	1	2	4	5	7	x	$\emptyset$	1	4 (loại)	16	25	49	P		-1(loại)		5	3	2	0,25
$\sqrt{x}$	-1	1	2	4	5	7																	
x	$\emptyset$	1	4 (loại)	16	25	49																	
P		-1(loại)		5	3	2																	
2	<p>Gọi vận tốc dự định là x (<math>x &gt; 0</math>; km/h)</p> <p>Thời gian đi từ A đến B là <math>\frac{80}{x}</math> (h)</p> <p>Sau 30' người đó đi được: <math>\frac{x}{2}</math> (km)</p> <p>Quãng đường còn lại: <math>80 - \frac{x}{2} = \frac{160 - x}{2}</math> (km)</p> <p>Vận tốc trên quãng đường còn lại: <math>x + 8</math> (km/h)</p> <p>Thời gian trên quãng đường còn lại: <math>\frac{160 - x}{2(x + 8)}</math> (h)</p> <p>Lập được phương trình: <math>\frac{80}{x} = \frac{1}{2} + \frac{160 - x}{2(x + 8)} + \frac{1}{4}</math></p> <p>Đưa về dạng: <math>x^2 + 24x - 2560 = 0</math></p> <p>Giải ra được nghiệm <math>x_1 = 40</math>; <math>x_2 = -64</math></p> <p>Loại nghiệm và kết luận vận tốc là 40 km/h.</p>	<p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p>																					
3	$\begin{cases} \frac{2}{x-2} + \frac{1}{y-1} = 5 \\ \frac{3}{x-2} - \frac{2}{y-1} = 4 \end{cases}, \text{ đkxd: } x \neq 2; y \neq 1$	0,25																					
1	<p>Đặt <math>\frac{1}{x-2} = u</math>; <math>\frac{1}{y-1} = v</math>. Giải hệ pt: <math>\begin{cases} 2u + v = 5 \\ 3u - 2v = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 2 \\ v = 1 \end{cases}</math></p> <p>Hệ pt có nghiệm duy nhất (5/2;2)</p>	0,25																					
2a	<p>Khi <math>m=1</math>, ta có pt hoành độ giao điểm: <math>x^2 - 3x + 2 = 0</math></p> <p>Giải được nghiệm <math>x_1 = 1</math>; <math>x_2 = 2</math>.</p> <p>Vậy tọa độ giao điểm của (d) và (P) là: A(1;1) B(2;4)</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>																					

<p>2b</p>	<p>Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P): <math>x^2 - (2m+1)x + 2m = 0</math></p> <p>+) (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt <math>\Leftrightarrow (*)</math> có hai nghiệm phân biệt</p> <p><math>\Leftrightarrow \Delta &gt; 0 \Leftrightarrow m \neq 0,5</math></p> <p>+) Ta có <math>T = y_1 + y_2 - x_1x_2 = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2</math></p> <p><math>T = (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2</math></p> <p>Áp dụng hệ thức Viet cho (*)</p> $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 1 \\ x_1x_2 = 2m \end{cases}$ <p><math>T = (2m + 1)^2 - 3 \cdot 2m</math></p> <p><math>T = 4m^2 - 2m + 1 = \left(2m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}</math></p> <p>Lập luận dẫn đến <math>T_{\min} = \frac{3}{4}</math> khi <math>m = \frac{1}{4}</math>.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>4</p>	 <p>a) Chứng minh rằng tứ giác AHEF là tứ giác nội tiếp:</p> <p>Chỉ ra được <math>\angle AFE + \angle AHE = 180^\circ</math></p> <p>Mà hai góc này là hai góc đối nhau của tứ giác AHEF</p> <p><math>\Rightarrow</math> Tứ giác AHEF là tứ giác nội tiếp.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>

		0,25
	<p>b) Chứng minh rằng: <math>HA \cdot HB = HE \cdot HI</math></p> <p>Chứng minh <math>HBE = HIA</math></p> <p>Chứng minh <math>\Delta HBE</math> đồng dạng <math>\Delta HIA</math></p> <p>Suy ra <math>HA \cdot HB = HE \cdot HI</math></p>	<p>0,5</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p>c) Đường tròn ngoại tiếp tam giác IEF cắt AE tại M. Chứng minh rằng: M thuộc (O;R)</p> <p>Xét đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF:</p> <p><math>\widehat{FME} = \widehat{FIE}</math> (hai gnt cùng chắn cung EF)</p> <p>Mà <math>\widehat{FIE} = \widehat{FBA}</math> (cmt)</p> <p>Suy ra <math>\widehat{FMA} = \widehat{FBA}</math></p> <p>Từ đó cmt tứ giác AFMB nội tiếp</p> <p>Mà A, F, B thuộc (O), suy ra M thuộc (O).</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p>d) Tìm vị trí của H trên OA để tam giác OHD có chu vi lớn nhất.</p> <p>Ta có chu vi tam giác OHD = OH+OD+HD = R+ OH+OD</p> <p><math>(OH + OD)^2 = OH^2 + OD^2 + 2OH \cdot OD = R^2 + 2OH \cdot OD</math></p> <p>Mà <math>2OH \cdot OD \leq OH^2 + OD^2</math> (BĐT Cô si) <math>\Leftrightarrow 2OH \cdot OD \leq R^2</math></p> <p><math>\Rightarrow (OH + OD)^2 \leq R^2 + R^2 \Leftrightarrow OH + OD \leq R\sqrt{2}</math></p> <p><math>\Rightarrow</math> Chu vi <math>\Delta OHD \leq R + R\sqrt{2} \Rightarrow</math> Chu vi <math>\Delta OHD_{\text{Max}} = R + R\sqrt{2}</math></p> <p><math>\Leftrightarrow OH = OD \Leftrightarrow \Delta OHD</math> vuông cân tại H</p> <p><math>\Rightarrow OH = R \cdot \cos 45^\circ = \frac{R\sqrt{2}}{2}</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
5	<p>Ta có: <math>E = (x^2 + y^2) \left( 1 + \frac{1}{x^2 y^2} \right) + 4</math></p> <p><math>2(x^2 + y^2) \geq (x + y)^2 = 1 \Rightarrow x^2 + y^2 \geq \frac{1}{2}</math></p> <p><math>x + y \geq 2\sqrt{xy} \Leftrightarrow 1 \geq 2\sqrt{xy} \Leftrightarrow \frac{1}{x^2 y^2} \geq 16</math></p>	0,25

	$E \geq \frac{1}{2}(1 + 16) + 4 = \frac{25}{2}$ $\Rightarrow E_{\min} = \frac{25}{2} \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}$	0,25
--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------

**ĐỀ ÔN TẬP SỐ 10**

**Bài I (2,0 điểm)** Cho biểu thức  $P = \left(1 - \frac{\sqrt{x} - x}{1 - x}\right) : \left(1 - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \frac{1 + x}{1 - x}\right)$

a) Rút gọn P

b) Tính P biết  $x^2 = \frac{4}{7 + 4\sqrt{3}}$

c) Tìm m lớn nhất để có x thỏa mãn :  $2P.x = m - 2\sqrt{x}$

**Bài II (2,0 điểm)** Giải bài toán bằng cách lập phương trình:

Một người có kế hoạch làm 150 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Sau khi làm được 2 giờ với năng suất dự kiến, do đã làm quen nên mỗi giờ người đó làm thêm được 2 sản phẩm. Vì vậy so với kế hoạch người đó đã hoàn thành sớm 30 phút. Tính năng suất dự kiến .

**Bài III (2 điểm)** Cho hệ phương trình :  $\begin{cases} (m+1)x - y = m + 1 \\ x + (m-1)y = 2 \end{cases}$

a) Giải hệ phương trình với  $m = 3$  .

b) Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất thỏa mãn  $(x + y)$  nhỏ nhất.

**Bài IV (3,5 điểm)**

Cho (O) , gọi I là trung điểm của dây AB. Qua I kẻ đường kính MN ( M thuộc cung nhỏ AB), P là điểm bất kì trên tia đối của tia BA sao cho góc ANP khác  $90^0$  . Nối PN cắt (O) tại E, ME cắt AB tại D.

- Chứng minh DINE là tứ giác nội tiếp
- Chứng minh  $MD.ME = MI. MN$
- Qua A kẻ đường thẳng song song với ME, đường thẳng đó cắt (O) tại F. Chứng minh  $BE \perp NF$
- Tìm vị trí của P để D là trung điểm của BI.

**Bài V (0,5 điểm)** Tìm 2 số dương x, y biết:  $\begin{cases} x + y = 1 \\ \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{2}{xy} = 10 \end{cases}$

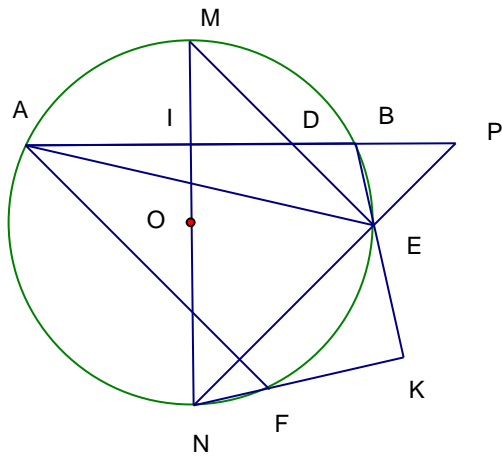
-----Hết-----

**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM ĐỀ 10**

BÀI	ĐÁP ÁN	BIỂU ĐIỂM
Bài 1 a.	$P = \left(1 - \frac{\sqrt{x} - x}{1 - x}\right) : \left(1 - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \frac{1 + x}{1 - x}\right)$ $= \left(1 - \frac{\sqrt{x}(1 - \sqrt{x})}{(1 - \sqrt{x})(1 + \sqrt{x})}\right) : \left(1 - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} + \frac{1 + x}{x - 1}\right)$ $= \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}\right) : \left(\frac{x - 1 - 2\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1) + 1 + x}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}\right)$ $= \left(\frac{\sqrt{x} + 1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}\right) : \left(\frac{-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}\right)$ $= \frac{1}{1 + \sqrt{x}} \cdot \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}{-2\sqrt{x}}$ $= \frac{1 - \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$ <p>Đkxd: <math>x &gt; 0, x \neq 1</math></p>	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
b.	$+) x^2 = \frac{4}{(2 + \sqrt{3})^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{2 + \sqrt{3}} (tm) \\ x = -\frac{2}{2 + \sqrt{3}} (k tm) \end{cases}$ $+) x = \frac{2}{2 + \sqrt{3}} = \frac{2(2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{1} = (\sqrt{3} - 1)^2$ $\Rightarrow \sqrt{x} =  \sqrt{3} - 1  = \sqrt{3} - 1 \quad (\sqrt{3} > 1)$ $+) P = \frac{1 - (\sqrt{3} - 1)}{2(\sqrt{3} - 1)} = \frac{(2 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 1)}{2(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} = \frac{\sqrt{3} - 1}{4}$	0,25 0,25 0,25
c.	$2P \cdot x = m - 2\sqrt{x}$ $\Leftrightarrow 2 \cdot \frac{1 - \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} \cdot x = m - 2\sqrt{x}$ $\Leftrightarrow m = 2\sqrt{x} + \sqrt{x}(1 - \sqrt{x})$ $\Leftrightarrow m = 3\sqrt{x} - x$ <p style="text-align: right;">Đẳng thức xảy ra khi <math>x = 9/4</math></p> $\Leftrightarrow m = \frac{9}{4} - \left(x - 2\sqrt{x} \cdot \frac{3}{2} + \frac{9}{4}\right)$ $\Leftrightarrow m = \frac{9}{4} - \left(\sqrt{x} - \frac{3}{2}\right)^2 \leq \frac{9}{4}, \forall x \in TXD$ <p>Vậy m lớn nhất cần tìm là <math>9/4</math></p>	0,25 0,25



<p>Bài II</p>	<p>Gọi năng suất dự kiến của người đó là <math>x(x &gt; 0; \text{sản phẩm/h})</math>                      Thời gian dự kiến làm xong 150 sản phẩm là: <math>\frac{150}{x}(h)</math>                      Số sản phẩm người đó làm được trong 2 giờ đầu là: <math>2.x</math> ( sản phẩm )                      Số sản phẩm còn phải làm nốt là: <math>(150 - 2.x)</math> ( sản phẩm )                      Thời gian người đó làm nốt số sản phẩm còn lại với năng suất sau khi tăng là:  <math>\frac{150 - 2x}{x + 2}(h)</math>                      Thời gian thực tế đã làm là: <math>2 + \frac{150 - 2x}{x + 2}(h)</math>                      30 phút = 1/2 giờ                      Vì thực tế người đó hoàn thành sớm 30 phút nên ta có phương trình:  <math display="block">2 + \frac{150 - 2x}{x + 2} + \frac{1}{2} = \frac{150}{x}</math>                     Giải phương trình ta được <math>x = 20</math>                      Trả lời: Năng suất dự kiến là 20 sản phẩm/h</p>	<p>0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,5 0,5 0,25</p>
<p>Bài III</p> <p>a.</p>	<p>+ ) Với <math>m = 3</math> ta có hệ phương trình: <math display="block">\begin{cases} 4x - y = 4 \\ x + 2y = 2 \end{cases}</math>                      + ) Giải hệ phương trình , được nghiệm <math display="block">\begin{cases} x = \frac{10}{9} \\ y = \frac{4}{9} \end{cases}</math></p>	<p>0,25 0,25</p>
<p>b.</p>	<p>+ ) Để hệ có nghiệm duy nhất thì <math>\frac{m+1}{1} \neq \frac{-1}{m-1} \Leftrightarrow m^2 - 1 \neq -1 \Leftrightarrow m \neq 0</math>                      + ) Với <math>m \neq 0</math>, hệ có nghiệm duy nhất là <math display="block">\begin{cases} x = \frac{m^2 + 1}{m^2} \\ y = \frac{m + 1}{m^2} \end{cases}</math>  <math display="block">x + y = \frac{m^2 + m + 2}{m^2} = \frac{2}{m^2} + \frac{1}{m} + 1 = 2 \left( \frac{1}{m^2} + 2 \cdot \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{16} \right) + \frac{7}{8}</math>                     + ) <math display="block">= 2 \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{4} \right)^2 + \frac{7}{8} \geq \frac{7}{8}, \forall m \neq 0</math>                      Đẳng thức xảy ra khi <math>m = -4</math></p>	<p>0,25 0,25</p>

<p>Bài IV</p>	 <p>a. Chứng minh tứ giác DINE nội tiếp: Ta có <math>MN \perp AB</math> (định lý) <math>\angle MEN = 90^\circ</math> ( góc nội tiếp chắn nửa đường tròn ) Xét tứ giác DINE có: <math>\angle DIN + \angle DEN = 180^\circ</math></p> <p>Mà I và E là hai đỉnh đối nhau <math>\Rightarrow</math> tứ giác DINE là tứ giác nội tiếp (đhnb tgnt) (đpcm)</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>b.</p>	<p>Chứng minh <math>MD \cdot ME = MI \cdot MN</math> Xét 2 tam giác MID và MEN có : <math>\angle M</math> chung; <math>\angle MID = \angle MEN = 90^\circ</math> Suy ra <math>\triangle MID</math> đồng dạng với <math>\triangle MEN</math> ( g. g ) Từ đó ta có <math>\frac{MI}{ME} = \frac{MD}{MN}</math> ( t/c tam giác đồng dạng ) <math>\Rightarrow MI \cdot MN = MD \cdot ME</math> ( t/ c tỉ lệ thức ) (đpcm)</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>c.</p>	<p>Gọi BE giao NF tại K Ta có <math>\angle ENK = \angle EAF</math> ( góc nt cùng chắn cung EF ) <math>\angle MEA = \angle EAF</math> ( so le trong ) <math>\angle MEA = \angle MBA</math> ( M là điểm chính giữa của cung AB ) Suy ra <math>\angle MEB = \angle ENK</math> (1) Mặt khác <math>\angle BDE = \angle MNE</math> ( cùng bù góc EDI ) (2) <math>\angle BDE + \angle DEB + \angle DBE = 180^\circ</math> ( tổng ba góc của tg ) (3) Từ (1)(2)(3) suy ra <math>\angle DBE + \angle INK = 180^\circ</math> hay <math>\angle IBK + \angle INK = 180^\circ</math> <math>\Rightarrow</math> tứ giác BINK nội tiếp (đhnb) <math>\Rightarrow \angle BIN + \angle BKN = 180^\circ</math> (tc tg nội tiếp) Mà <math>\angle BIN = 90^\circ</math> (gt) <math>\Rightarrow \angle BKN = 90^\circ \Rightarrow BE \perp NF</math> (đpcm)</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>d.</p>	<p>Khi D là trung điểm của BI: Đặt <math>BD = DI = a</math> (<math>a &gt; 0</math>) <math>\Rightarrow IB = 2a</math>; <math>AB = 4a</math> <math>\triangle PDE</math> đồng dạng với <math>\triangle PNI</math> ( g. g ) <math>\Rightarrow \frac{PD}{PN} = \frac{PE}{PI} \Rightarrow PD \cdot PI = PE \cdot PN</math> (4)</p>	

	<p><math>\Delta PBE</math> đồng dạng với <math>\Delta PNA</math> ( g. g ) <math>\Rightarrow \frac{PB}{PN} = \frac{PE}{PA} \Rightarrow PB.PA = PE.PN</math> (5)</p> <p>Từ (4)(5) <math>\Rightarrow PD.PI = PA.PB</math>  <math>\Rightarrow (PB+a)(PB+2a) = (PB+4a)PB</math>  <math>\Rightarrow PB = 2a = BI</math></p> <p>Vậy đề D là trung điểm của BI thì B là trung điểm của PI.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>Bài V</p>	<p>+ ) Xét biểu thức:</p> $A = \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{2}{xy} = \frac{(x+y)^2}{x^2 + y^2} + \frac{2(x+y)^2}{xy}$ $= 5 + \frac{2xy}{x^2 + y^2} + \frac{2(x^2 + y^2)}{xy}$ $= 5 + \frac{2xy}{x^2 + y^2} + \frac{(x^2 + y^2)}{2xy} + \frac{3(x^2 + y^2)}{2xy}$ <p>+ ) Vì <math>x, y &gt; 0</math>. áp dụng bất đẳng thức Côsi ta có :</p> $\cdot \frac{2xy}{x^2 + y^2} + \frac{2(x^2 + y^2)}{xy} \geq 2\sqrt{\frac{2xy}{x^2 + y^2} \cdot \frac{x^2 + y^2}{2xy}} = 2$ $\cdot \frac{3(x^2 + y^2)}{2xy} \geq \frac{3 \cdot 2xy}{2xy} = 3$ <p>+ ) Từ đó suy ra: <math>A \geq 10</math>. Đẳng thức xảy ra khi <math>\begin{cases} \frac{2xy}{x^2 + y^2} = \frac{(x^2 + y^2)}{2xy} \\ x = y \end{cases} \Leftrightarrow x = y</math></p> <p>+ ) Kết hợp với đề bài ta có nghiệm của hệ phương trình là <math>x = y = \frac{1}{2}</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>

**ĐỀ ÔN TẬP SỐ 11**

**Bài I (2 điểm)**

Cho biểu thức  $P = \left( \frac{1}{\sqrt{x}-3} - \frac{6-4\sqrt{x}}{9-x} \right) : \left( \frac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} - \frac{x-4\sqrt{x}+7}{x+2\sqrt{x}-3} \right)$

- Rút gọn P
- Tìm x biết  $|P| > P$
- Tìm m để với mọi giá trị  $x > 9$  ta có:  $x \cdot [P \cdot (\sqrt{x} - 2) + 2m] < 1 + 4x$

**Bài II (2 điểm)** Giải bài toán bằng cách lập phương trình:

Một ca nô xuôi dòng từ bến sông A đến bến sông B cách nhau 24 km; cùng lúc đó, cũng từ A về B một bè nửa trôi với vận tốc dòng nước là 4 km/h. Khi đến B ca nô quay lại ngay và gặp bè nửa tại địa điểm C cách A là 8 km. Tính vận tốc thực của ca nô.

**Bài III (2 điểm)**

Cho (P)  $y = x^2$  và (d)  $y = 2mx - m^2 + 1$

- Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi  $m = 2$ .
- Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ giao điểm đều lớn hơn 1.

**Bài IV (3,5 điểm)**

Cho (O) đường kính AB; trên tia đối của tia AB lấy điểm C, vẽ đường thẳng d vuông góc với AB tại C; lấy điểm M bất kỳ trên đường tròn, tia BM cắt d tại D, tia DA cắt (O) tại E và cắt CM tại H.

- Chứng minh tứ giác ACDM và tứ giác DCEB là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh MA là phân giác  $\widehat{CME}$
- Tiếp tuyến của (O) tại E cắt tia MA tại điểm K. Chứng minh  $HK \perp CB$
- Giả sử  $CA = 4\text{cm}$ ;  $AB = 9\text{cm}$ . Tìm vị trí của điểm M trên (O) để khoảng cách giữa hai điểm D và E nhỏ nhất.

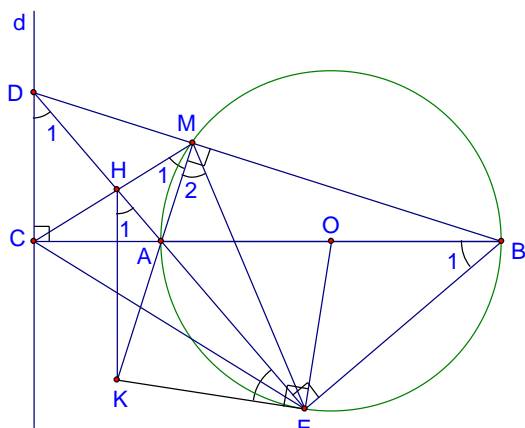
**Bài V (0,5 điểm)** Cho  $2 \leq x \leq 3$ ;  $4 \leq y, z \leq 6$  và  $x + y + z = 12$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = xyz$

-----Hết-----

**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM ĐỀ SỐ 11**

BÀI	ĐÁP ÁN	BIỂU ĐIỂM
Bài 1 a	$P = \left( \frac{1}{\sqrt{x}-3} - \frac{6-4\sqrt{x}}{9-x} \right) : \left( \frac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} - \frac{x-4\sqrt{x}+7}{x+2\sqrt{x}-3} \right)$ $P = \left( \frac{1}{\sqrt{x}-3} + \frac{6-4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \right) : \left( \frac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} - \frac{x-4\sqrt{x}+7}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)} \right)$ $P = \frac{\sqrt{x}+3+6-4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} : \frac{(2-\sqrt{x})(\sqrt{x}+3) + (\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1) - x + 4\sqrt{x} - 7}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}$ $P = \frac{-3(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} : \frac{-x+3\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}$ $P = \frac{-3}{(\sqrt{x}+3)} : \frac{-(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}$ $P = \frac{3}{\sqrt{x}-2}$ <p>Đkxd: <math>x \geq 0; x \neq 1; x \neq 4; x \neq 9</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
b	<p>Tìm x biết <math> P  &gt; P</math></p> $ P  > P \Leftrightarrow P < 0 \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{x}-2} < 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{x}-2 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 2 \Leftrightarrow x < 4$ <p>Kết hợp điều kiện xác định: <math>\begin{cases} 0 \leq x &lt; 4 \\ x \neq 1 \end{cases}</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
c	<p>Tìm m để với mọi giá trị <math>x &gt; 9</math> ta có: <math>x \cdot [P \cdot (\sqrt{x}-2) + 2m] &lt; 1 + 4x</math></p> $x \cdot [P \cdot (\sqrt{x}-2) + 2m] < 1 + 4x \Leftrightarrow x \cdot (3 + 2m) < 1 + 4x$ $\Leftrightarrow (2m-1)x < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2m-1} \\ 2m-1 < 0 \end{cases}$ <p>Để <math>\forall x &gt; 9</math></p> $\begin{cases} \frac{1}{2m-1} \leq 9 \\ 2m-1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5-9m}{2m-1} \leq 0 \\ 2m-1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5-9m \geq 0 \\ 2m-1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{5}{9} \\ m < \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
Bài II	Gọi vận tốc thực của ca nô là x ( $x > 4$ ; km/h)	

	<p>Vận tốc của ca nô khi xuôi dòng là <math>x + 4</math> (km/h)</p> <p>Thời gian xuôi dòng 24km là <math>\frac{24}{x+4}</math> (h)</p> <p>Vận tốc của ca nô khi ngược dòng là <math>x - 4</math> (km/h)</p> <p>Quãng đường ca nô đi ngược dòng là <math>24 - 8 = 16</math> km</p> <p>Thời gian ngược dòng 16km là <math>\frac{16}{x-4}</math> (h)</p> <p>Thời gian bè trôi được 8 km là: <math>\frac{8}{4} = 2</math> (h)</p> <p>Vì tổng thời gian của ca nô đã đi bằng thời gian bè trôi nên ta có pt:</p> $\frac{24}{x+4} + \frac{16}{x-4} = 2$ <p>Giải phương trình ta được <math>x = 20</math></p> <p>Trả lời: Vận tốc thực của ca nô là 20km/h</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p>
Bài III	<p>Lập luận để có phương trình hoành độ giao điểm <math>x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0</math> (1)</p> <p>Với <math>m = 2</math>, pt: <math>x^2 - 4x + 3 = 0</math></p> <p>a Gpt được <math>x = 1</math>; <math>x = 3</math></p> <p>Toạ độ giao điểm A(1;1) và B(3;9)</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
b	<p>Đề (d) cắt (P) tại hai điểm pb có hoành độ đều lớn hơn 1 <math>\Leftrightarrow</math> (1) có hai nghiệm phân biệt thoả mãn <math>x_1 &gt; x_2 &gt; 1</math></p> $\begin{cases} \Delta > 0 \\ (x_1 - 1)(x_2 - 1) > 0 \\ (x_1 - 1) + (x_2 - 1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 > 0 \\ (x_1 + x_2) - 2 > 0 \end{cases} \quad (2)$ <p>áp dụng hệ thức Vi-et cho pt (1) ta có <math>x_1 + x_2 = 2m</math>; <math>x_1 x_2 = m^2 - 1</math></p> $(2) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 - 2m + 1 > 0 \\ 2m - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m > 0 \\ m - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < 0 \Leftrightarrow m > 2 \\ m > 1 \end{cases}$	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
Bài IV	 <p>a) Chứng minh tứ giác ACDM và tứ giác DCEB là tứ giác nội tiếp.</p> <p>Ta có <math>\widehat{DCA} = 90^\circ</math> (<math>DC \perp CB</math>)</p> <p>Xét (O):</p>	<p>0,25</p>

	<p><math>\widehat{AMB} = 90^\circ</math> (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)  <math>\Rightarrow \widehat{AMD} = 90^\circ</math> (kề bù với <math>\widehat{AMB} = 90^\circ</math>)                  Xét tứ giác ACDM:  <math>\widehat{DCA} + \widehat{AMD} = 180^\circ</math>                  Mà C và M là hai đỉnh đối nhau  <math>\Rightarrow</math> tứ giác ACDM là tứ giác nội tiếp (dnhb tgnt)                  Xét (O):  <math>\widehat{AEB} = 90^\circ</math> (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)                  Xét tứ giác DCEB:  <math>\widehat{DCB} = \widehat{DEB} = 90^\circ</math>                  Mà C và E là hai đỉnh kề nhau  <math>\Rightarrow</math> tứ giác DCEB là tứ giác nội tiếp (dnhb tgnt)</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
b	<p>b) Chứng minh MA là phân giác <math>\widehat{CME}</math>                  Xét (O):  <math>\widehat{M}_2 = \widehat{B}_1</math> (hai gnt cùng chắn <math>\widehat{AE}</math>) (1)                  Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác DCAM:  <math>\widehat{M}_1 = \widehat{D}_1</math> (hai gnt cùng chắn <math>\widehat{AC}</math>) (2)                  Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác DCEB:  <math>\widehat{B}_1 = \widehat{D}_1</math> (hai gnt cùng chắn <math>\widehat{CE}</math>) (3)                  Từ (1); (2); (3): <math>\widehat{M}_1 = \widehat{M}_2</math>                  Mà tia MA là tia nằm giữa hai tia MC và ME  <math>\Rightarrow</math> MA là phân giác <math>\widehat{CME}</math> (đpcm)</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
c	<p>c) Tiếp tuyến của (O) tại E cắt tia MA tại điểm K. Chứng minh <math>HK \perp CB</math>                  Xét (O):  <math>\widehat{AEK} = \widehat{M}_2</math> (gnt và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dcung cùng chắn <math>\widehat{AE}</math>)                  Mà <math>\widehat{M}_1 = \widehat{M}_2</math> (cmt)  <math>\Rightarrow \widehat{AEK} = \widehat{M}_1</math>                  Xét tứ giác HKEM:  <math>\widehat{AEK} = \widehat{M}_1</math> (cmt)                  Mà M và E là hai đỉnh kề nhau  <math>\Rightarrow</math> tứ giác HKEM là tứ giác nội tiếp (dnhb tgnt)                  Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác HKEM:  <math>\widehat{H}_1 = \widehat{M}_2</math> (hai gnt cùng chắn <math>\widehat{KE}</math>)                  Mà <math>\widehat{M}_2 = \widehat{D}_1</math> (<math>= \widehat{M}_1</math>)</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>

	$\Rightarrow \mathcal{H}_1 = \mathcal{D}_1$ Mà hai góc này ở vị trí đồng vị $\Rightarrow DC // HK$ (dnhb 2dt song song) Mà $DC \perp CB$ (gt) $\Rightarrow HK \perp CB$ (đpcm)	0,25    0,25
d	d) Giả sử $CA = 4\text{cm}$ ; $AB = 9\text{cm}$ . Tìm vị trí của điểm M trên (O) để khoảng cách giữa hai điểm D và E nhỏ nhất. Chứng minh được $AE \cdot AD = AC \cdot AB = 4 \cdot 9 = 36$ áp dụng BĐT Cô si cho AE và AD ta có: $AE + AD \geq 2\sqrt{AE \cdot AD} \Leftrightarrow AE + AD \geq 2\sqrt{36} \Leftrightarrow AE + AD \geq 12$ $\Rightarrow (AE + AD)_{\min} = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} AE = AD \\ AE \cdot AD = 36 \end{cases} \Leftrightarrow AE = AD = 6\text{cm}$ Từ điều này có nhiều cách xác định vị trí M, chẳng hạn: Tính được $DC = \sqrt{20}$ $\Rightarrow \operatorname{tg} \widehat{CBD} = \frac{DC}{CB} = \frac{\sqrt{20}}{13} \Rightarrow \widehat{CBD} = 18^\circ 59'$ Vậy M là giao điểm của tia BD với (O) sao cho $\widehat{CBD} = 18^\circ 59'$	0,25          0,25
Bài V	Cho $2 \leq x \leq 3$ ; $4 \leq y, z \leq 6$ và $x + y + z = 12$ Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = xyz$ Ta có $P = \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{3}{2} xyz \right)$ Áp dụng BĐT Cô si cho ba số $\frac{3}{2}x > 0$ ; $y > 0$ ; $z > 0$ $P = \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{3}{2} xyz \right) \leq \frac{2}{3} \left( \frac{\frac{3}{2}x + y + z}{3} \right)^3 \Leftrightarrow P \leq \frac{2}{3} \left( \frac{\frac{1}{2}x + 12}{3} \right)^3$ $\Leftrightarrow P \leq \frac{243}{4} \Rightarrow P_{\max} = \frac{243}{4}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{2}x = y = z \\ x + y + z = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = z = \frac{9}{2} \end{cases}$	0,25          0,25





**ĐỀ ÔN TẬP SỐ 12**

**Bài I (2 điểm)** Cho biểu thức  $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{2\sqrt{x}-1}{3-\sqrt{x}} - \frac{2x-\sqrt{x}-3}{x-9}$

- Rút gọn P
- Tính P biết  $x(4x+3)=1$
- Tìm x để  $|P| > P$

**Bài II (2 điểm)** Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai người thợ cùng làm một công việc trong 4 giờ 30 phút thì xong. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 3 giờ và người thứ hai làm một mình trong 2 giờ thì tổng số họ làm được 50 % công việc. Hỏi nếu mỗi người làm công việc đó một mình thì trong mấy giờ sẽ xong.

**Bài III (2 điểm)**

- Cho phương trình:  $x^2 - 2(m+3)x + m^2 + 3 = 0$  (1)
  - Giải phương trình với  $m=1$
  - Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$  thỏa mãn:  $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 4$
- Tìm m để ba đường thẳng sau đồng quy:  
 $(d_1): y = 2x + 1$  ;  $(d_2): y = -3x + 6$  ;  $(d_3): 2mx - (m+1)y + 5 = 0$

**Bài IV (3,5 điểm)** Cho nửa đường tròn (O; R) đường kính AB. Điểm M tùy ý trên nửa đường tròn. Gọi N và P lần lượt là điểm chính giữa của cung AM và cung MB.

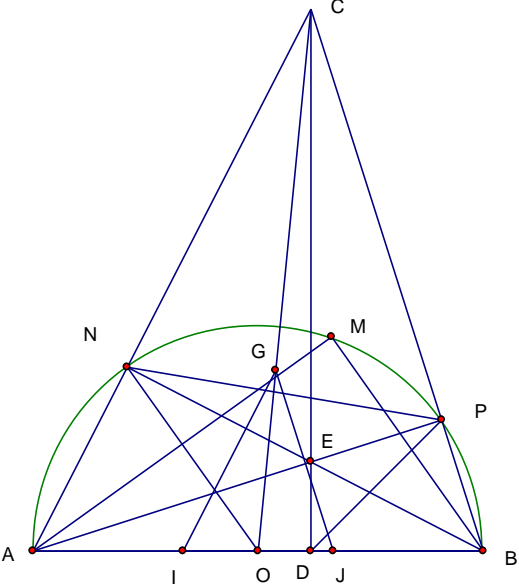
- Chứng minh tam giác ONP vuông cân và suy ra dây NP có độ dài không đổi.
- Tính diện tích hình viên phân được tạo thành bởi dây NP và cung nhỏ NP
- Gọi các giao điểm của: AP và BN là E; tia AN và tia BP là C; tia CE và AB là D.  
Chứng minh các tứ giác CNEP và DONP nội tiếp được.
- Tìm quỹ tích trọng tâm G của tam giác ABC khi điểm M chạy trên nửa đường tròn tâm O

**Bài V (0,5 điểm)** Cho  $-2 \leq a, b, c \leq 3$  và  $a^2 + b^2 + c^2 = 22$ . Tìm GTNN của  $P = a + b + c$

-----Hết-----

**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM ĐỀ SỐ 12**

BÀI	ĐÁP ÁN	BIỂU ĐIỂM
Bài 1 a.	<p><math>đkxd : x \geq 0; x \neq 9</math></p> $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}} + \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} - \frac{2x-\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$ $= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3) + (2\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3) - 2x + \sqrt{x} + 3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$ $= \frac{x+3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$	0,5  0,5
b.	<p>+) <math>x(4x+3)=1 \Leftrightarrow 4x^2+3x-1=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1(l) \\ x=\frac{1}{4}(tm) \end{cases}</math></p> <p>+) Với <math>x=\frac{1}{4} \Rightarrow P = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}-3} = -\frac{1}{5}</math></p>	0,25  0,25
c.	$ P  > P \Leftrightarrow P < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \sqrt{x}-3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 9$	0,5
Bài II	<p>4 giờ 30 phút = 9/2 giờ ; 50%=1/2                      Gọi thời gian người thứ nhất làm 1 mình xong công việc là x (h ; x&gt;9/2)                      Gọi thời gian người thứ hai làm 1 mình xong công việc là y (h ; x&gt;9/2)                      Suy ra: Người thứ nhất làm 1 mình trong 1 giờ được 1/x (cv)                      Người thứ hai làm 1 mình trong 1 giờ được 1/y (cv)</p> <p>Ta có hệ phương trình: <math>\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{9} \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{2} \end{cases}</math></p> <p>Giải hệ được <math>\begin{cases} x=18 \\ y=6 \end{cases}</math> (tmdk)</p> <p>Trả lời .</p>	0,5  0,5  1
Bài III 1.	<p>a) Với m = 1 ta có phương trình: <math>x^2 - 8x + 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \pm 2\sqrt{3}</math></p> <p>b) +) Để tồn tại biểu thức, phương trình phải có 2 nghiệm phân biệt không âm</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6m+6 > 0 \\ m+3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m > -3 \end{cases} \Leftrightarrow m > -1$ <p>+) <math>\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 4 \Leftrightarrow x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1x_2} = 16 \Leftrightarrow \sqrt{m^2+3} = 5-m</math></p>	0,5  0,25

	Giải pt được $m = \frac{11}{5}$ (tmđm)	0,5
b.	+) $d_1$ và $d_2$ cắt nhau tại M(1;3) Đề 3 đt đồng quy thì M thuộc $d_3 \Rightarrow 2m - 3(m+1) + 5 = 0 \Rightarrow m = 2$	0,75
Bài IV	 <p>a.</p> <p>Tính được số đo cung NP = <math>90^\circ</math> suy ra góc NOP = <math>90^\circ</math> (góc ở tâm) Tam giác NOP có ON = OP = R và góc NOP = <math>90^\circ</math> suy ra đpcm Theo định lý Pitago: <math>NP^2 = OP^2 + ON^2 = 2R^2 \Rightarrow NP = R\sqrt{2}</math></p>	0,25 0,25 0,25
b.	<p>Diện tích hình quạt: <math>S_q = \frac{\pi R^2 \cdot 90}{360} = \frac{\pi R^2}{4}</math></p> <p>Diện tích tam giác: <math>S_{ONP} = \frac{1}{2} ON \cdot OP = \frac{R^2}{2}</math></p> <p>Suy ra diện tích hình viên phân: <math>S = S_q - S_{ONP} = \frac{\pi R^2}{4} - \frac{R^2}{2} = \frac{R^2(\pi - 2)}{4}</math></p>	0,25 0,25 0,5
c.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Góc PNE = góc CPE = <math>90^\circ</math> nên tổng bằng <math>180^\circ</math> suy ra tứ giác CNEP nội tiếp</li> <li>- Góc PEB = <math>45^\circ</math> (góc trong)</li> <li>- Chứng minh tứ giác DEPB nội tiếp suy ra góc PDB = góc PEB = <math>45^\circ</math></li> <li>- Tam giác PON vuông cân nên góc PNO = <math>45^\circ</math></li> <li>- Vì góc PNO = góc PDB nên tứ giác PNOB nội tiếp</li> </ul>	0,5 0,25 0,25
d.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tính được góc ACB = <math>45^\circ</math> không đổi</li> <li>- Từ điểm G kẻ GI // CA, GJ // CB suy ra góc IGJ = <math>45^\circ</math></li> </ul> <p>mà I, J cố định suy ra G chạy trên cung chứa góc <math>45^\circ</math> dựng trên đoạn IJ (thuộc nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn)</p>	0,25 0,25
Bài V	+) Vì $-2 \leq a \leq 3 \Rightarrow (a+2)(a-3) \leq 0 \Rightarrow a^2 - a - 6 \leq 0 \Rightarrow a \geq a^2 - 6$	0,25
	+) Tương tự: $b \geq b^2 - 6; c \geq c^2 - 6$	
	+) Suy ra $a + b + c \geq a^2 + b^2 + c^2 - 18 = 4$	0,25

đầu = xảy ra khi  $a = -2; b = c = 3$  và các hoán vị của nó.

**ĐỀ ÔN TẬP SỐ 13**

**Bài 1 (2 điểm):** Với  $x \geq 0, x \neq 1; 4$ , cho hai biểu thức sau:

$$A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2}{\sqrt{x}+3} - \frac{9\sqrt{x}-3}{x+\sqrt{x}-6} \quad \text{và} \quad B = \frac{x\sqrt{x}+1}{x-1}$$

- a) Rút gọn các biểu thức A và B .
- b) Tính giá trị của biểu thức A khi x thỏa mãn:  $x^2 - 20x + 64 = 0$  .
- c) Chứng minh rằng khi  $A > 0$  thì  $B \geq 3$  .

**Bài 2 (2 điểm)** Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một số tự nhiên có hai chữ số có tổng của chữ số hàng chục và hai lần chữ số hàng đơn vị là 12. Nếu đổi chỗ hai chữ số cho nhau thì sẽ được một số mới lớn hơn số ban đầu 27 đơn vị. Tìm số ban đầu.

**Bài 3 (2 điểm)** Cho parabol (P) :  $y = x^2$  và đường thẳng d:  $y = 2(m-1)x + 3 - 2m$

- a) Vẽ parabol (P) trên mặt phẳng tọa độ và tìm điểm A có hoành độ bằng 2 thuộc (P).
- b) Tìm m để d cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ là độ dài các cạnh góc vuông của một tam giác vuông có cạnh huyền bằng  $\sqrt{10}$  .

**Bài 4 (3,5 điểm)** Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn tâm O, đường kính AD (B thuộc cung nhỏ AC). Gọi giao điểm của hai đường chéo AC và BD là H. Kẻ HK vuông góc với AD tại K.

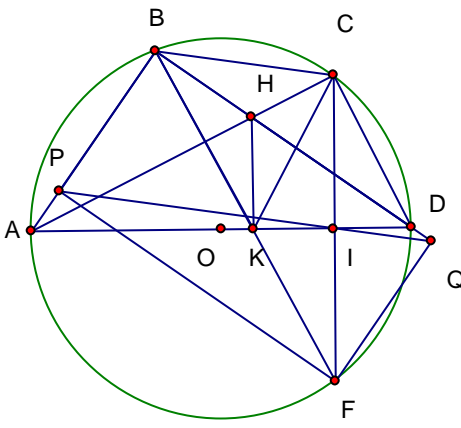
- a) Chứng minh các tứ giác ABHK và CDKH nội tiếp.
- b) Tia BK cắt (O) tại điểm thứ hai là F. Chứng minh:  $CF \parallel HK$ .
- c) Chứng minh H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác BCK.
- d) Gọi P và Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của F trên các đường thẳng AB, BD. Chứng minh rằng đường thẳng PQ đi qua trung điểm của đoạn thẳng CF.

**Bài 5 (0,5 điểm)** Cho các số a, b, c thỏa mãn:  $2(b^2 + bc + c^2) = 3(3 - a^2)$ . Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $T = a + b + c$

----- Hết -----

**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM ĐỀ SỐ 13**

BÀI	ĐÁP ÁN	BIỂU ĐIỂM
Bài 1 a.	$A = \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+3)+2(\sqrt{x}-2)-(9\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)}$ $= \frac{x+4\sqrt{x}+3+2\sqrt{x}-4-9\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)} = \frac{x-3\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)}$ $= \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}$ $B = \frac{x\sqrt{x}+1}{x-1} = \frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$	0,5 0,25 0,25
b.	<p>+) <math>x^2 - 20x + 64 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 (l) \\ x = 16 (tm) \end{cases}</math></p> <p>+) Với <math>x = 16 \Rightarrow A = \frac{4-1}{4+3} = \frac{3}{7}</math></p>	0,25 0,25
c.	<p>+) Vì <math>A &gt; 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3} &gt; 0 \Rightarrow \sqrt{x}-1 &gt; 0</math> (Vì <math>\sqrt{x}+3 &gt; 0</math>) <math>\Rightarrow x &gt; 1</math></p> <p>+) Với <math>x &gt; 1</math>: <math>B = \frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = (\sqrt{x}-1) + \frac{1}{\sqrt{x}-1} + 1 \geq 3</math> (Theo BĐT Côsi) (đpcm)</p>	0,25 0,25
Bài 2	<p>+) Gọi số ban đầu là <math>\overline{ab}</math> (<math>a, b \in N, 0 &lt; a, b \leq 9</math>)</p> <p>+) Vì tổng của chữ số hàng chục và hai lần chữ số hàng đơn vị là 12 nên ta có pt: <math>a + 2b = 12</math> (1)</p> <p>+) Vì số mới lớn hơn số ban đầu 27 đơn vị nên ta có pt:  <math>\overline{ba} - \overline{ab} = 27 \Leftrightarrow 10b + a - (10a + b) = 27 \Leftrightarrow b - a = 3</math> (2)</p> <p>Từ (1) và (2) ta có hệ PT: <math>\begin{cases} a + 2b = 12 \\ b - a = 3 \end{cases}</math></p> <p>+) Giải hệ được: <math>\begin{cases} a = 2 \\ b = 5 \end{cases}</math> (tmdk)</p> <p>Trả lời: Vậy số cần tìm là : 25.</p>	0,5 0,5 1
Bài 3	<p>a) +) Vẽ đúng (P) và tìm được A(2;4)</p> <p>b) +) PT hoành độ giao điểm của d và (P): <math>x^2 - 2(m-1)x + 2m - 3 = 0</math> (1)</p> <p>+) Để tmdb thì (1) phải có 2 nghiệm dương phân biệt và: <math>x_1; x_2</math> và <math>x_1^2 + x_2^2 = 10</math></p> <p>Mà PT(1) có nghiệm: <math>x_1 = 1; x_2 = 2m - 3 \Rightarrow \begin{cases} 2m - 3 &gt; 0 \\ 2m - 3 \neq 1 \\ 1 + (2m - 3)^2 = 10 \end{cases} \Rightarrow 2m - 3 = 3 \Rightarrow m = 3</math></p>	1 0,25 0,75

<p>Bài 4</p> <p>a.</p>	 <p>+ ) Vẽ hình đúng hết câu a.</p> <p>+ ) Ta có: góc <math>ABH = 90^0</math> (góc nt chắn nửa đt); góc <math>AKH = 90^0</math> (gt)</p> <p>suy ra : góc <math>ABH +</math> góc <math>AKH = 180^0</math> nên <math>ABHK</math> là tgnt (dnhb)</p> <p>+ ) Tương tự : <math>CDKH</math> là tgnt</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>
<p>b.</p>	<p>+ ) Vì <math>ABHK</math> là tgnt nên: góc <math>BKH =</math> góc <math>BAH =</math> góc <math>BAC</math> (2 góc nt chắn cung BH)</p> <p>+ ) Mà góc <math>BFC =</math> góc <math>BAC</math> (2 góc nt chắn cung BC)</p> <p>suy ra : góc <math>BKH =</math> góc <math>BFC</math>, mà 2 góc ở vị trí đồng vị nên <math>HK // CF</math> (dnhb)</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>c.</p>	<p>+ ) Chứng minh được góc <math>BKH =</math> góc <math>BAC =</math> góc <math>BDC =</math> góc <math>CKH</math> (1)</p> <p>+ ) Chứng minh được góc <math>CBH =</math> góc <math>CAD =</math> góc <math>HBK</math> (2)</p> <p>+ ) Từ (1) và (2) suy ra H tâm của đường tròn nội tiếp tam giác <math>BCK</math> (đpcm)</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>d.</p>	<p>+ ) Vì <math>CF // HK; HK \perp AB \Rightarrow CF \perp AD</math> tại trung điểm I của CF .</p> <p>+ ) Chứng minh được <math>APIF, DIFQ</math> là các tứ giác nội tiếp để suy ra:</p> <p><math>\angle PIA + \angle AIQ = 180^0 \Rightarrow P, I, Q</math> thẳng hàng (đpcm)</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>Bài 5</p>	<p>+ ) Ta có:</p> $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$ $= 2(b^2 + bc + c^2) + 3a^2 - (a^2 - 2ab + b^2) - (a^2 - 2ac + c^2)$ $= 2(b^2 + bc + c^2) + 3a^2 - (a - b)^2 - (a - c)^2 = 9 - (a - b)^2 - (a - c)^2$ <p>+ ) Suy ra: <math>(a + b + c)^2 \leq 9, \forall a, b, c \Rightarrow -3 \leq a + b + c \leq 3</math></p> <p>+ ) Kết luận: GTNN của T là <math>-3</math>, đạt được khi <math>a = b = c = -1</math></p> <p>GTLN của T là <math>4</math>, đạt được khi <math>a = b = c = 1</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>

**ĐỀ ÔN TẬP SỐ 14**

**Bài I.**(2,0 điểm) Với  $x > 0$ ;  $x \neq 1$ ;  $x \neq 4$

Cho các biểu thức  $A = \frac{3x+1}{\sqrt{x}-1}$  và  $B = \left( \frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{5\sqrt{x}-4}{x-2\sqrt{x}} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \right)$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi  $x = 16$ .
- 2) Rút gọn biểu thức B.
- 3) Với A, B là các biểu thức nói trên, tìm x để  $A.B = 4.(\sqrt{x+4}+1)$ .

**Bài II** (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình.

Hai bên sông A và B cách nhau 15 km. Một ca nô xuôi dòng từ A đến B rồi nghỉ tại B 20 phút sau đó ngược dòng trở về A hết tổng cộng 3 giờ. Tính vận tốc của ca nô khi nước yên lặng biết vận tốc dòng nước là 3 km/h.

**Bài III.**(2,0 điểm)

- 1) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 3\sqrt{x-1} + 2\sqrt{y-2} = 7 \\ \sqrt{x-1} - \sqrt{y-2} = -1 \end{cases}$$
- 2) Cho phương trình:  $x^2 - (2m+1)x + m^2 + m - 6 = 0$  (\*) (m là tham số).
  - a) Tìm m để phương trình có nghiệm  $x = -1$ .
  - b) Tìm m để phương trình (\*) có 2 nghiệm  $x_1; x_2$  thỏa mãn  $|x_1^3 - x_2^3| = 50$

**Bài IV.**(3,5 điểm)

Cho nửa đường tròn (O; R), đường kính AB cố định. Lấy điểm C thuộc đoạn OA sao cho  $CA = \frac{2}{3}CO$ , đường thẳng qua C và vuông góc với AB cắt nửa đường tròn (O) tại I. Điểm K thuộc đoạn CI ( $K \neq C$ ;  $K \neq I$ ), tia AK cắt nửa đường tròn (O) tại điểm thứ hai là M.

- 1) Chứng minh tứ giác CKMB nội tiếp.
- 2) Tiếp tuyến tại M của (O) cắt CI tại N. Chứng minh tam giác MNK cân.
- 3) Gọi D là giao điểm của CI với BM. Chứng minh rằng khi K di chuyển trên đoạn CI sao cho K không trùng với C, I thì:
  - a) Tích  $CK.CD$  có giá trị không đổi, tính giá trị đó theo R.
  - b) Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AKD chạy trên một đường cố định.

**Bài V.**(0,5 điểm) Cho  $a, b > 0$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $P = \frac{a+b}{3\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{ab}}{a+b}$ .

-----Hết-----



**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM ĐỀ SỐ 14**

Bài	Câu	Đáp án	Điểm
I	1 (0,5 điểm)	với $x > 0$ ; $x \neq 1$ ; $x \neq 4$ Thay $x = 16$ ( tmdk) vào biểu thức A	0,25
		Tính được $A = \frac{49}{3}$ Trả lời: .....	0,25
	2 (0,75 điểm)	$B = \left[ \frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{5\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} \right] \cdot \frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)-x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$	0,25
		$= \frac{\sqrt{x}-5\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{x-4-x}$	0,25
		$= \frac{-4\sqrt{x}+4}{-4} = \sqrt{x}-1$	0,25
	3 (0,75 điểm)	$A.B = 4.(\sqrt{x+4}+1)$ $\Leftrightarrow \frac{3x+1}{\sqrt{x}-1}(\sqrt{x}-1) - 4\sqrt{x+4} - 4 = 0$ $\Leftrightarrow 3x+1-4\sqrt{x+4}-4=0$ $\Leftrightarrow 3(x+4)-4\sqrt{x+4}-15=0$	0,25
Đặt $\sqrt{x+4} = t$ ( $t \geq 0$ ) ( đk $t \neq 1; t \neq 2$ ) Phương trình trở thành: $3t^2 - 4t - 15 = 0$ Giải phương trình được: $t_1 = 3$ (thỏa mãn); $t_2 = -\frac{5}{3}$ (loại)		0,25	
Khi đó: $\sqrt{x+4} = 3$ $\Leftrightarrow x = 5$ (thỏa mãn điều kiện) Vậy với $x = 5$ thì $A.B = 4.(\sqrt{x+4}+1)$		0,25	
II	(2,0 điểm)	Gọi vận tốc của ca nô khi nước yên lặng là $x$ (km/h) ( đk: $x > 3$ )	0,25
		Vận tốc của ca nô khi đi xuôi dòng là: $x + 3$ (km/h) Vận tốc của ca nô khi đi ngược dòng là: $x - 3$ (km/h)	0,25
		Thời gian ca nô đi xuôi dòng: $\frac{15}{x+3}$ (giờ)	0,25
		Thời gian ca nô đi ngược dòng: $\frac{15}{x-3}$ (giờ)	0,25

		Thời gian cả đi lẫn về (tính cả thời gian nghỉ 20 phút = $\frac{1}{3}$ giờ) là 3 giờ nên ta có phương trình $\frac{15}{x+3} + \frac{15}{x-3} + \frac{1}{3} = 3$	0,25
		Giải phương trình được: $x_1 = 12(t/m)$ ; $x_2 = \frac{-3}{4}$ (loại)	0,5
		Trả lời bài toán: .....	0,25
<b>III</b>	<b>1</b> <b>(0,5 điểm)</b>	Điều kiện $x \geq 1$ ; $y \geq 2$ . đặt $\sqrt{x-1} = u$ ; $\sqrt{y-2} = v$ ( dk $u \geq 0$ ; $v \geq 0$ ) Ta có hệ $\begin{cases} 3u + 2v = 7 \\ u - v = -1 \end{cases}$	0,25
		Giải hệ này được $u = 1$ ; $v = 2$ ( tmđk)	0,25
		Vậy ta có $\begin{cases} \sqrt{x-1} = 1 \\ \sqrt{y-2} = 2 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 6 \end{cases}$ ( thỏa mãn điều kiện)	0,25
		Kết luận...	
	<b>2</b> <b>(0,5 điểm)</b>	a) Vì $x = -1$ là nghiệm của phương trình nên thay $x = -1$ vào phương trình * và thu gọn ta có: $m^2 + 3m - 4 = 0$ Tìm được $m_1 = 1; m_2 = -4$ Trả lời:	0,25 0,25
		b) Tính $\Delta = 25 > 0$  Theo Vi -ét ta có : $\begin{cases} x_1 = m+3 \text{ (1)} \\ x_2 = m-2 \text{ (2)} \end{cases}$ Thay vào điều kiện đề bài ta có $ x_1^3 - x_2^3  = 50$ $\Leftrightarrow  (m-2)^3 - (m+3)^3  = 50$	0,25
		Giải PT này ta được $m_1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ ; $m_2 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ Trả lời:...	0,25

<b>IV</b>	<b>1</b> <b>(1 điểm)</b>		0,25
		Vẽ đúng hình câu a	
		Có: $\angle AMB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \angle KMB = 90^\circ$	0,25
		Lại có: $CI \perp AB$ (giả thiết) $\Rightarrow \angle KCB = 90^\circ$	
		$\Rightarrow \angle KMB + \angle KCB = 180^\circ$ Mà 2 góc đó ở vị trí đối diện $\Rightarrow$ Tứ giác CKMB nội tiếp.	0,25
	<b>2</b> <b>(1 điểm)</b>	Chứng minh $\angle MBC = \angle MKN$	0,25
		Chứng minh $\angle MBA = \angle NMA$ (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn một cung)	0,25
		$\Rightarrow \angle NMK = \angle NKM$	0,25
		$\Rightarrow \triangle NKM$ cân tại N	0,25
	<b>3a</b> <b>(1 điểm)</b>	+) Do $\angle MBC = \angle MKD$ (cmt) Mà $\angle MKD = \angle CAK$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \angle DBC = \angle AKC$ Chứng minh $\triangle AKC$ và $\triangle DBC$ đồng dạng.	0,25
Suy ra $\frac{CA}{CD} = \frac{CK}{CB}$ $\Rightarrow CK \cdot CD = CA \cdot CB$		0,25	
+) Vì $CA = \frac{2}{3} CO$ nên $CA = \frac{2}{3} R$ ; $CB = \frac{4}{3} R$		0,25	

		$\Rightarrow CK. CD = CA. CB = \frac{2}{3} R. \frac{4}{3} R = \frac{8R^2}{9}$ <p>Vậy <math>CK. CD = \frac{8R^2}{9}</math> không đổi</p>	
			0,25
	3b (0,5 điểm)		
		<p>Gọi E là điểm đối xứng với B qua C          Vì A, B, C cố định nên E cố định.  <math>\triangle DEB</math> cân tại D  <math>\Rightarrow DBC = DEA</math>  <math>\Rightarrow DEA = DKM</math> (do <math>DBC = DKM</math>)  <math>\Rightarrow</math> Tứ giác DEAK nội tiếp  <math>\Rightarrow</math> Đường tròn ngoại tiếp tam giác DAK luôn đi qua hai điểm cố định là E và A.  <math>\Rightarrow</math> Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DAK nằm trên đường trung trực của EA cố định</p>	0,25  0,25
V	(0,5 điểm)	$P = \frac{a+b}{3\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{ab}}{a+b} = \left( \frac{a+b}{4\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{ab}}{a+b} \right) + \frac{a+b}{12\sqrt{ab}}$ <p>Theo BĐT Cô-si: <math>\frac{a+b}{4\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{ab}}{a+b} \geq 2\sqrt{\frac{a+b}{4\sqrt{ab}} \cdot \frac{\sqrt{ab}}{a+b}} = 1</math> (1)          Dấu “=” xảy ra khi <math>(a+b)^2 = 4ab \Leftrightarrow a = b</math> .          Mặt khác <math>a+b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow \frac{a+b}{\sqrt{ab}} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{a+b}{12\sqrt{ab}} \geq \frac{1}{6}</math> (2)          Dấu “=” xảy ra khi <math>a = b</math></p>	0,25

		<p>Cộng hai vế của hai BĐT cùng chiều (1) và (2) ta có <math>P \geq \frac{7}{6}</math></p> <p>Dấu “=” xảy ra khi <math>a = b</math>.</p> <p>Vậy <math>\min P = \frac{7}{6}</math> khi <math>a = b</math>.</p>	0,25
--	--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------

**ĐỀ ÔN TẬP SỐ 15**

**Bài 1: (2 điểm)** Cho biểu thức:

$$P = \left( \frac{4\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} + \frac{8x}{4-x} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}-1}{x-2\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$$

- Rút gọn P (1,5 điểm)
- Tìm P biết  $x = \sqrt{19-8\sqrt{3}} + \sqrt{3}$  (0,5 điểm)
- Tìm giá trị nhỏ nhất của  $\sqrt{P}$ . (0,5 điểm)

**Bài 2: (2 điểm)** Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:

Một ô tô đi từ A đến B trong thời gian nhất định. Sau khi đi được 1 giờ, ô tô dừng lại nghỉ 15 phút; do đó để đến B đúng hạn, xe phải tăng vận tốc thêm 10km/h trên quãng đường còn lại, biết quãng đường AB dài 90 km. Tính vận tốc ban đầu của ô tô?

**Bài 3: (2 điểm)** Cho phương trình:  $mx^2 - 2(m-1)x + m + 3 = 0$  (1)

- Tìm m để phương trình có nghiệm. (1 điểm)
- Viết hệ thức liên hệ giữa 2 nghiệm  $x_1, x_2$  không phụ thuộc vào m. (1 điểm)

**Bài 4: (3,5 điểm)** Cho đường tròn (O), dây AB không đi qua tâm. Trên cung nhỏ AB lấy điểm M (M không trùng A, B), dây MN vuông góc AB tại H. Kẻ  $MK \perp AN$  ( $K \in AN$ )

- Chứng minh: bốn điểm A, H, K, M cùng thuộc một đường tròn. Xác định tâm I của đường tròn ngoại tiếp tứ giác AHMK. (1 điểm)
- Chứng minh MN là phân giác của góc BMK. (1 điểm)
- E là giao điểm của HK và BN. Chứng minh:  $ME \perp NB$ . (1 điểm)
- ME giao BH tại C. Kẻ  $ND \perp BM$  ( $D \in BM$ ). Chứng minh: C là tâm đường tròn nội tiếp tam giác HDE. (0,5 điểm)

**Bài 5: (0,5 điểm)** Cho  $x \geq 4$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$B = x - \sqrt{x-4} - 2\sqrt{x-1} + 2012$$

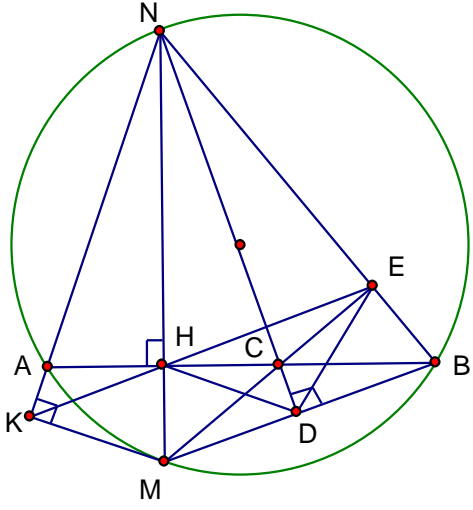
----- HẾT -----

**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM ĐỀ SỐ 15**

Bài		Biểu điểm
<b>1</b> <b>(2,5 điểm)</b>	a) Rút gọn P. ĐK: $x > 0; x \neq 4; x \neq 9$	0,5 đ
	$P = \frac{4\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)-8x}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} : \frac{\sqrt{x}-1-2(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$	0,25 đ
	$= \frac{4x-8\sqrt{x}-8x}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}-1-2\sqrt{x}+4}$	0,25 đ
	$= \frac{-4x-8\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} \cdot \frac{\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}}$	0,25 đ
	$= \frac{4x}{\sqrt{x}-3}$	0,25 đ
	b) $x = \sqrt{19-8\sqrt{3}} + \sqrt{3}$	0,25 đ
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Biến đổi <math>x = 4 \rightarrow \sqrt{x} = 2</math></li> <li>• Tính được <math>P = -16</math></li> </ul>	0,25 đ
	Vậy khi $x = \sqrt{19-8\sqrt{3}} + \sqrt{3}$ thì $P = -16$	
	c) Tìm min $\sqrt{P}$ :	
	$* P = \frac{4x}{\sqrt{x}-3} = 4\sqrt{x} + 12 + \frac{36}{\sqrt{x}-3}$	0,25 đ
	Tính được: $P = 4\left(\sqrt{x} - 3 + \frac{9}{\sqrt{x}-3} + 6\right)$	
	Áp dụng bất đẳng thức Cosy với $x > 0$	
	Tìm được min $\sqrt{P} = 4\sqrt{3} \Leftrightarrow x = 36$ .	0,25 đ
<b>2</b> <b>(2 điểm)</b>	Gọi vận tốc lúc đầu của ô tô là x (km/h) ( $x > 0$ )	0,25 đ
	Vì quãng đường AB dài 90 km nên thời gian dự định là: $\frac{90}{x}$ (giờ).	
	Sau 1 giờ thì quãng đường ô tô đi được là x (km)	
	Quãng đường còn lại là: $90 - x$ (km)	0,25 đ
	Vận tốc ô tô đi quãng đường còn lại là: $x + 10$ (km/h).	

	<p>Thời gian ô tô đi quãng đường còn lại là: <math>\frac{90-x}{x+10}</math> (giờ)</p> <p>Lập luận để có phương trình:</p> $\frac{90}{x} = 1 + \frac{1}{4} + \frac{90-x}{x+10}$ <p>Giải phương trình ra được: <math>x^2 + 50x - 3600 = 0</math></p> <p>Tìm được: <math>x_1 = 40</math> (TMDK); <math>x_2 = -90</math> (Không TMDK)</p> <p>Trả lời: Vận tốc lúc đầu của ô tô là 40 km/h.</p>	<p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p>
<p><b>3</b> <b>(1,5 điểm)</b></p>	<p>Phương trình: <math>mx^2 - 2(m-1)x + m + 3 = 0</math> (<math>m \neq 0</math>)</p> <p>a) <math>\Delta' = 1 - 5m</math>                  Phương trình có nghiệm khi <math>\Delta' \geq 0</math>  <math>\Leftrightarrow 1 - 5m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{5}</math></p> <p>Kết luận.</p>	<p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,5 đ</p>
	<p>b) Áp dụng Vi - et:</p> $\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{2(m-1)}{m} \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{m+3}{m} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Sm = 2m - 2 \\ Pm = m + 3 \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} m = \frac{-2}{S-2} \\ m = \frac{3}{P-1} \end{cases} \Rightarrow \frac{-2}{S-2} = \frac{3}{P-1}$ <p>Biến đổi về: <math>3S + 2P - 8 = 0</math></p> $3(x_1 + x_2) + 2x_1x_2 - 8 = 0$ <p>Vậy hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm <math>x_1; x_2</math> không phụ thuộc m.</p>	<p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p>



<p><b>4</b> <b>(3,5 điểm)</b></p>	 <p>a) Chứng minh: 4 điểm A, H, K, M cùng thuộc một đường tròn.  <math display="block">\left. \begin{array}{l} K = 90^\circ \\ AHM = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow K + AHM = 180^\circ</math>         Mà hai góc này đối nhau          Nên tứ giác AHMK nội tiếp đường tròn đường kính AM (dnhb) <math>\Rightarrow</math> tâm I là trung điểm của AM</p>	<p>0,5 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p>
	<p>b) Chứng minh: MN là phân giác <math>\widehat{BMK}</math> .          Vì AHMK nội tiếp đường tròn (cmt) <math>\Rightarrow KMH + KAH = 180^\circ</math> (t/c tứ giác nội tiếp)          Mà <math>KAH + BAN = 180^\circ</math> (kề bù)  <math display="block">\Rightarrow \begin{cases} KMH = BAN \text{ (cùng bù KAH)} \\ BAN = BMN \text{ (2 góc nội tiếp cùng chắn BN)} \end{cases}</math>  <math>\Rightarrow KMN = BMN</math> (t/c bắc cầu)  <math>\Rightarrow MN</math> là phân giác <math>\widehat{KMB}</math></p>	<p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p>
	<p>c) Chứng minh: <math>ME \perp NB</math>          Vì AHMK nội tiếp  <math>\Rightarrow MKH = MAH</math> (2 góc nội tiếp cùng chắn MH)          Mà <math>MAH = MNB</math> (2 góc nội tiếp cùng chắn MB)  <math>\Rightarrow MKH = MNB (= MAH)</math>  <math>\Rightarrow MKE = MNB</math>. Mà 2 đỉnh này kề nhau.  <math>\Rightarrow</math> Tứ giác KNEM nội tiếp đường tròn (dnhb)  <math>\Rightarrow NKM + NEM = 180^\circ</math> (t/c tứ giác nội tiếp)          Mà <math>NKM = 90^\circ \Rightarrow NEM = 90^\circ</math>  <math>\Rightarrow ME \perp NB</math> (đpcm)</p>	<p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p>

	<p>d) Chứng minh: C là tâm đường tròn nội tiếp <math>\square HDE</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Chứng minh được tứ giác NHCE nội tiếp  <math>\Rightarrow HNC = HEC</math> (2 góc nội tiếp cùng chắn cung NC)</li> <li>• Chứng minh được CEBD nội tiếp  <math>\Rightarrow CED = CBD</math> (2 góc nội tiếp cùng chắn CD)</li> </ul> <p>Mà <math>HNC = CBD</math> (cùng phụ NMB)  <math>\Rightarrow HEC = CED (= CBD)</math>  <math>\Rightarrow EC</math> là phân giác HDE (1)</p> <p>CMTT: DC là phân giác của HDE (2)</p> <p>C là giao điểm của 2 đường phân giác EC và DC của <math>\square HDE</math>  <math>\Rightarrow C</math> là tâm đường tròn nội tiếp <math>\square HDE</math>.</p>	<p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p>
<p><b>5</b> <b>(0,5 đ)</b></p>	<p>Tìm min B (<math>x \geq 4</math>)</p> $B = x - \sqrt{x-4} - 2\sqrt{x-1} + 2012 (x \geq 4)$ $2B = 2x - 2\sqrt{x-4} - 4\sqrt{x-1} + 4024$ $2B = (\sqrt{x-4} - 1)^2 + (\sqrt{x-1} - 2)^2 + 4024 \geq 4024$ $\text{Min } B = 2012 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-4} = 1 \\ \sqrt{x-1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5 \text{ (TMĐK)}$	<p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p>

**ĐỀ ÔN TẬP SỐ 16**

**Bài 1: (2,0 đ)**

a) Cho biểu thức:  $A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$  ( $x \geq 0$ ). Tính giá trị biểu thức A khi  $x = 25$

b) Với  $x \geq 0; x \neq 4$ . Rút gọn biểu thức  $B = \left( \frac{x}{x-4} - \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right) : \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$

c) Với các biểu thức A và B nói trên, hãy tìm các giá trị nguyên của x để A.B có giá trị là số nguyên

**Bài 2: (2,0 đ) Giải bài toán bằng cách lập phương trình:**

Một khúc sông AB dài 120 km. Một tàu thủy xuôi dòng từ A đến B rồi lập tức quay trở về A, cả đi lẫn về mất 6 giờ 45 phút. Tính vận tốc của tàu khi nước yên lặng biết vận tốc của dòng nước là 4km/h.

**Bài 3: (2,0 đ) Cho phương trình:  $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$  (\*)**

a) Giải phương trình (\*) khi  $m = 2$

b) Chứng minh rằng phương trình (\*) luôn có hai nghiệm  $x_1, x_2$  với mọi giá trị của m

c) Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình (\*). Tìm m để  $x_1^2 + x_2^2 = 10$

**Bài 4: (3,5 đ) Cho tam giác ABC nhọn ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn (O; R), kẻ đường cao AH.**

D và E lần lượt là hình chiếu của H trên AB; AC.

a) Chứng minh rằng: tứ giác ADHE nội tiếp, từ đó chứng minh: góc AED = góc AHD.

b) Chứng minh rằng:  $AD \cdot AB = AE \cdot AC$ .

c) Vẽ đường kính AOK. I là điểm chính giữa cung nhỏ BC. CMR: AI là tia phân giác của góc HAK.

d) Đường tròn tâm A, bán kính AH cắt cung nhỏ AC tại N. CMR: D; E; N thẳng hàng.

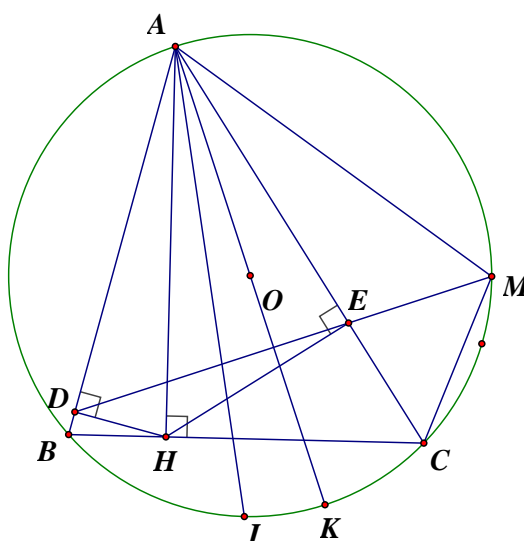
**Bài 5: (0,5 đ) Với giá trị nào của m thì phương trình sau có nghiệm :**

$$\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + x = m - 3\sqrt{x-1}$$

--- HẾT ---

**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM ĐỀ SỐ 16**

Bài	Đáp án	Điểm
<b>1(2đ)</b>	a, Với $x = 25$ (TMĐK) Thay $x = 25$ vào biểu thức A Tính được $A = 2/3$	0,5
	$b, B = \left( \frac{x}{x-4} - \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right) : \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$ $= \frac{x - \sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$ $= \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$ $= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$	0,25
		0,5
		0,25
	c, $A.B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}$ $= 1 + \frac{1}{\sqrt{x}-2}$ Lập luận suy ra được $\sqrt{x}-2 \in \{-1; 1\} \Rightarrow x \in \{1; 9\}$ (TM)	0,25
		0,25
<b>2(2đ)</b>	Gọi vận tốc của tàu là $x$ (km/h, $x > 4$ )	0,25
	Thời gian tàu đi xuôi dòng: $\frac{120}{x+4}$ h	0,25
	Thời gian tàu đi ngược dòng: $\frac{120}{x-4}$ h	0,25
	Lập được phương trình: $\frac{120}{x+4} + \frac{120}{x-4} = 6\frac{3}{4}$	0,25
Giải phương trình: $\begin{cases} x = \frac{-4}{9} \text{ (L)} \\ x = 36 \text{ (TM)} \end{cases}$		0,75
Trả lời		0,25
<b>3(2đ)</b>	a, Khi $m = 3$ , phương trình trở thành: $x^2 - 4x + 3 = 0$	0,25
	Tìm được $x_1 = 1, x_2 = 3$	0,25
	b, Phương trình có $a = 1 \Rightarrow a \neq 0$ Có $\Delta = m^2 - 2m + 1 = (m - 1)^2$	0,25

	<p>Đề phương trình có hai nghiệm thì <math>\Delta \geq 0</math>  <math>\Leftrightarrow (m - 1)^2 \geq 0 \quad \forall m</math></p>	0,25
	<p>c, Vì <math>x_1, x_2</math> là hai nghiệm của phương trình                  Theo Viet: <math>\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = 2m - 1 \end{cases}</math>  <math>x_1^2 + x_2^2 = 10 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 10</math>  <math>\Leftrightarrow 4m^2 - 4m + 2 = 10</math>  <math>\Leftrightarrow 4m^2 - 4m - 8 = 0</math>  <math>\Leftrightarrow m = -1(\text{TM})</math>  <math>m = 2(\text{TM})</math></p>	0,25 0,25 0,25 0,25
4(3,5đ)	<p>Vẽ hình đúng đến câu a,</p>  <p>a, +) CM tứ giác ADHE nội tiếp.                  +) CM: góc AED = góc AHD ( cùng bằng <math>\frac{1}{2}</math> số đo cung AD)</p> <p>b) Chứng minh:                  +) góc AED = góc ABC.                  +) CM: <math>\Delta AED \sim \Delta ABC (g.g)</math>                  +) CM: <math>AE \cdot AC = AD \cdot AB</math></p> <p>c) Chứng minh:                  +) <math>OI \perp BC</math>                  +) <math>OI \parallel AH \Rightarrow</math> góc HAI = AIO                  +) góc OAI = góc OIA                  +) AI là tia phân giác của góc HAK.</p> <p>d, Gọi giao điểm của DE và cung AC nhỏ là M.                  CM:                  +) Góc AEM + góc AED = <math>180^\circ</math>; góc ABC + góc AMC = <math>180^\circ \Rightarrow</math> góc AEM = góc AMC                  +) <math>\Delta AEM \sim \Delta AMC (g.g) \Rightarrow AM^2 = AE \cdot AC</math>.                  +) <math>AE \cdot AC = AH^2 \Rightarrow AH = AM</math>. Mà AN = AH(gt) <math>\Rightarrow</math> M trùng N.</p>	0,25 0,5 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25

	=> D; E; N thẳng hàng.	0,25
<b>5(0,5đ)</b>	$\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + x = m - 3\sqrt{x-1}$ (1) ĐK: $x \geq 1$ . Biến đổi PT đặt $\sqrt{x-1} = y$ ( $y \geq 0$ ) Ta có phương trình: $y^2 + 4y + 2 - m = 0$ (2) PT (1) có nghiệm $\Leftrightarrow$ PT (2) có nghiệm không âm. Nếu PT(2) có hai nghiệm cùng dấu thì trong hai nghiệm do luôn bằng $-4 < 0$ nên hai nghiệm đó cùng âm. => PT (2) có nghiệm không âm $\Leftrightarrow$ PT (2) có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow$ $2 - m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 2$	0,25          0,25

**ĐỀ ÔN TẬP SỐ 17**

**Bài I (2,5 điểm)** Cho biểu thức  $P = \left( \frac{2\sqrt{x} + x}{x\sqrt{x} - 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \left( \frac{\sqrt{x} + 2}{x + \sqrt{x} + 1} \right)$  với  $x \geq 0$  và  $x \neq 1$ .

- 1) Rút gọn biểu thức P.
- 2) Tính giá trị của P khi  $x = \sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}$ .
- 3) Tìm các giá trị của x để  $P \geq \frac{1}{4}$ .

**Bài II (2,0 điểm)** Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một hình chữ nhật có chu vi bằng 40 cm. Nếu chiều rộng của hình chữ nhật giảm đi 2 cm và chiều dài của hình chữ nhật tăng thêm 4 cm thì diện tích của hình chữ nhật không thay đổi. Tính diện tích của hình chữ nhật đó.

**Bài III (1,5 điểm)**

1) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \frac{2}{x-1} + \frac{1}{y+1} = 7 \\ \frac{5}{x-1} - \frac{2}{y+1} = 4 \end{cases}$$

2) Cho phương trình:  $x^2 - 2(2m - 1)x + m^2 - 4m = 0$  (ẩn x).

Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 = 10$ .

**Bài IV (3,5 điểm)**

Cho đường tròn (O;R) và một điểm M nằm ngoài đường tròn sao cho  $OM = R\sqrt{2}$ .

Từ M kẻ 2 tiếp tuyến MA, MB (A, B là các tiếp điểm). N là điểm di động trên cạnh AO. Đường thẳng MN cắt đường tròn (O) tại C và D; cắt đường thẳng BO tại P.

- 1) Chứng minh tứ giác MAOB nội tiếp.
- 2) Chứng minh  $MC \cdot MD = R^2$ .
- 3) Chứng minh  $AC \cdot BD = AD \cdot BC$
- 4) Gọi I là trung điểm của AB, đường thẳng IN cắt AP tại E. Tìm vị trí của điểm N để diện tích tam giác AOE lớn nhất.

**Bài V (0,5 điểm)** Cho các số thực x,y thỏa mãn  $x \geq 1, x + y \leq 4$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của:  $x^2 + 3xy + 4y^2$

..... Hết .....

**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM ĐỀ SỐ 17**

BÀI	Ý	HƯỚNG DẪN CHẤM	ĐIỂM
I			2,5
	1	<b>Rút gọn....(1điểm)</b>	
		Với $x \geq 0, x \neq 1$	
		Xét $\frac{2\sqrt{x} + x}{x\sqrt{x} - 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} = \frac{2\sqrt{x} + x}{(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1}$	0,25
		$= \frac{2\sqrt{x} + x}{(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)} - \frac{x + \sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)} = \frac{1}{x + \sqrt{x} + 1}$	0,25
		Vậy $P = \left( \frac{2\sqrt{x} + x}{x\sqrt{x} - 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \left( \frac{\sqrt{x} + 2}{x + \sqrt{x} + 1} \right) = \frac{1}{x + \sqrt{x} + 1} \left( \frac{x + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2} \right)$	0,25
		$= \frac{1}{\sqrt{x} + 2}$	0,25
	2	<b>Tính giá trị P khi <math>x = \dots</math> (1,0 điểm)</b>	
		$x = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = \sqrt{4 + 4\sqrt{3} + 3} + \sqrt{4 - 4\sqrt{3} + 3}$	0,25
		$= \sqrt{(2 + \sqrt{3})^2} + \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2}$	0,25
	$= 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 4$ (thỏa mãn điều kiện $x \geq 0, x \neq 1$ )	0,25	
	Khi $x = 4$ thì $P = \frac{1}{4}$ ( <i>chú ý</i> : học sinh có thể tính $x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$ )	0,25	
2	<b>Tìm giá trị của x để ... (0,5 điểm)</b>		
	Với $x \geq 0, x \neq 1$ , khi đó $P \geq \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x} + 2} \geq \frac{1}{4} \Leftrightarrow x \leq 4$	0,25	
	Kết hợp điều kiện ta có $\begin{cases} 0 \leq x \leq 4 \\ x \neq 1 \end{cases}$	0,25	
II		<b>Giải bài toán bằng cách lập phương trình</b>	2,0



	Gọi chiều dài của hình chữ nhật là $a$ (cm), chiều rộng của hình chữ nhật là $b$ (cm) ( $a > 0, b > 0$ ).	0,25
	Chiều dài hình chữ nhật sau khi tăng 4 cm là $a + 4$ (cm), Chiều rộng hình chữ nhật sau khi giảm 2 cm là $b - 2$ (cm),	0,25
	Vì chu vi hình chữ nhật ban đầu là 40 cm nên ta có : $a + b = 20$	0,25
	Diện tích hình chữ nhật lúc đầu là : $ab$ cm <sup>2</sup> Diện tích hình chữ nhật sau khi thay đổi là : $(a+4)(b-2)$ cm <sup>2</sup>	0,25
	Vì diện tích hình chữ nhật không thay đổi nên ta có: $(a + 4)(b - 2) = ab \Leftrightarrow 4b - 2a = 8 \Leftrightarrow 2b - a = 4$	0,25
	Giải hệ $\begin{cases} a + b = 20 \\ 2b - a = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 12 \\ b = 8 \end{cases}$	0,5
	Vậy diện tích hình chữ nhật là 96 cm <sup>2</sup>	0,25
<b>III</b>		<b>2,0</b>
<b>1</b>	<b>Giải hệ phương trình... (0,75 điểm)</b>	
	Điều kiện xác định: $x \neq 1, y \neq -1$ .	0,25
	Tìm được $\frac{1}{x-1} = 2$ và $\frac{1}{y+1} = 3$	0,25
	Kết luận: hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (\frac{3}{2}; -\frac{2}{3})$ .	0,25
<b>2a</b>	<b>Tìm m ... (0,75 điểm)</b>	
	Vì $\Delta' = 3m^2 + 1 > 0 \forall m$ nên phương trình luôn có 2 nghiệm $x_1; x_2$	0,25
	Khi đó theo định lý vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4m - 2 \\ x_1 x_2 = m^2 - 4m \end{cases}$ Suy ra $x_1^2 + x_2^2 = 10 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 10$	0,25
	$\Leftrightarrow 14m^2 - 8m - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{3}{7} \end{cases}$	0,25

		Vậy $m = 1$ hoặc $m = -\frac{3}{7}$		
IV			3,5	
	1	<b>Chứng minh tứ giác MAOB nội tiếp (1,0 điểm)</b>		
			Vẽ hình đúng câu a.	0,25
			Vì MA là tiếp tuyến nên $MA \perp AO \Rightarrow \angle MAO = 90^\circ$	0,5
			Vì MB là tiếp tuyến nên $MB \perp BO \Rightarrow \angle MBO = 90^\circ$	
			Tứ giác MAOB có $\angle MAO + \angle MBO = 180^\circ$ Suy ra tứ giác MAOB nội tiếp	0,25
	2			
		Chứng minh được $\angle MAC = \angle ADC$	0,25	
		Suy ra $\triangle MAC \sim \triangle MDA$ (gg)	0,25	
		suy ra $\frac{MC}{MA} = \frac{MA}{MD}$	0,25	
		Kết luận $MC \cdot MD = MA^2$	0,25	
	3	<b>Chứng minh ... (1,0 điểm)</b>		
	Vì $\triangle MAC \sim \triangle MDA$ (gg) $\Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{AC}{AD}$	0,25		
	Chứng minh tương tự $\triangle MBC \sim \triangle MDB$ (gg) $\Rightarrow \frac{MB}{MD} = \frac{BC}{BD}$	0,25		
	Vì $MB = MA$ suy ra $\frac{AC}{AD} = \frac{BC}{BD}$ .	0,25		
	Vậy $AC \cdot BD = AD \cdot BC$	0,25		
4	<b>Tìm vị trí của N để ... (0,5 điểm)</b>			

	<p><b>Chứng minh OE vuông góc với AP (0,25 điểm).</b></p> <p>Gọi H là hình chiếu của N lên AB</p> <p>Ta có <math>\frac{IH}{AH} = \frac{ON}{AN}</math> (HN//OI) mà <math>\frac{ON}{AN} = \frac{OP}{MA}</math> (OP//AM)</p> <p>Suy ra <math>\frac{IH}{AH} = \frac{OP}{MA} \Rightarrow \frac{IH}{NH} = \frac{OP}{OA}</math> (vì NH=AH,OA=MA)</p> <p>Mà <math>\angle NHI = \angle AOP = 90^\circ \Rightarrow \triangle NHI \sim \triangle AOP</math> (cgc) <math>\Rightarrow \angle HNI = \angle OAP</math></p> <p>Mà <math>\angle HNI = \angle NIO</math> (so le trong)</p> <p>Suy ra <math>\angle NIO = \angle OAP</math> nên tứ giác AEOI nội tiếp</p> <p>Vậy OE vuông góc với AP</p>	0,25
	<p>Theo định lý Pitago ta có: <math>AE^2 + OE^2 = OA^2 = R^2</math></p> <p>Suy ra <math>S_{AOE} = \frac{1}{2} AE \cdot OE \leq \frac{1}{4} (AE^2 + OE^2) = \frac{R^2}{4}</math></p> <p>Vậy diện tích tam giác AOE lớn nhất khi <math>AE=OE \Leftrightarrow E</math> nằm trên đường trung trực của OA <math>\Leftrightarrow IE</math> là đường trung trực của OA <math>\Leftrightarrow N</math> là trung điểm của IA</p>	0,25
V	<p><b>Tìm giá trị lớn nhất của ... (0,5 điểm)</b></p>	
	<p>Đặt <math>\begin{cases} x-1 = a \\ 4-x-y = b \end{cases} (a \geq 0, b \geq 0) \Rightarrow \begin{cases} x = a+1 \\ y = 3-a-b \end{cases}</math></p> <p>Khi đó <math>P = x^2 + 3xy + 4y^2 = (a+1)^2 + 3(a+1)(3-a-b) + 4(3-a-b)^2</math></p> $= 2a^2 + 4b^2 + 5ab - 16a - 27b + 46$	0,25
	$= 4b^2 + b(5a-27) + \frac{(5a-27)^2}{16} + \frac{7}{16}a^2 + \frac{7}{16}a + \frac{7}{16}$ $= \left(2b + \frac{5a-27}{4}\right)^2 + \frac{7}{16}a^2 + \frac{7}{16}a + \frac{7}{16} \geq \frac{7}{16} \quad (\text{vì } a \geq 0, b \geq 0)$ <p>Vậy <math>\min P = \frac{7}{16}</math>. Dấu bằng xảy ra khi <math>\begin{cases} a = 0 \\ b = \frac{27}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{-3}{8} \end{cases}</math></p>	0,25

**ĐỀ ÔN TẬP SỐ 18**

**Bài I (2,0 điểm)** Với  $a > 0$ ;  $a \neq 1$ , cho hai biểu thức  $A = \frac{a-1}{2\sqrt{a}}$  và  $B = \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} - \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A tại  $a = \frac{1}{4}$ .
- 2) Rút gọn biểu thức B.
- 3) Tìm a để  $A^2 \cdot B > 0$ .

**Bài II (2,0 điểm)** Giải bài toán bằng cách lập phương trình:

Một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích  $360m^2$ . Nếu tăng chiều rộng 3m và giảm chiều dài 4m thì diện tích mảnh đất không đổi. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất.

**Bài III: (2,0 điểm)**

1) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \frac{xy}{4x+3y} = \frac{4}{11} \\ \frac{xy}{2x+y} = \frac{4}{5} \end{cases}$$

2) Cho parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = (3m + 1)x - 2m^2 - m + 1$ .

a) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A và B.

b) Gọi  $x_1$ ;  $x_2$  lần lượt là hoành độ của A và B. Tìm m để biểu thức sau đạt giá trị lớn nhất  $M = x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2$ .

**Bài IV (3,5 điểm)**

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O;R), các tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) cắt nhau tại E, AE cắt đường tròn (O) tại D (D khác A).

- 1) Chứng minh tứ giác OBEC nội tiếp;
- 2) Từ E kẻ đường thẳng d song song với tiếp tuyến tại A của đường tròn (O); đường thẳng d cắt các đường thẳng AB, AC lần lượt tại P và Q. Chứng minh rằng  $AB \cdot AP = AD \cdot AE$ ;
- 3) Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh  $EP = EQ$ ;
- 4) Chứng minh  $AM \cdot MD = \frac{BC^2}{4}$ .

**Bài V (0,5 điểm)** Cho hai số a, b dương thỏa mãn  $a + b \leq 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của

biểu thức  $P = \frac{1}{a^2 + b^2} + \frac{1}{ab} + 4ab$

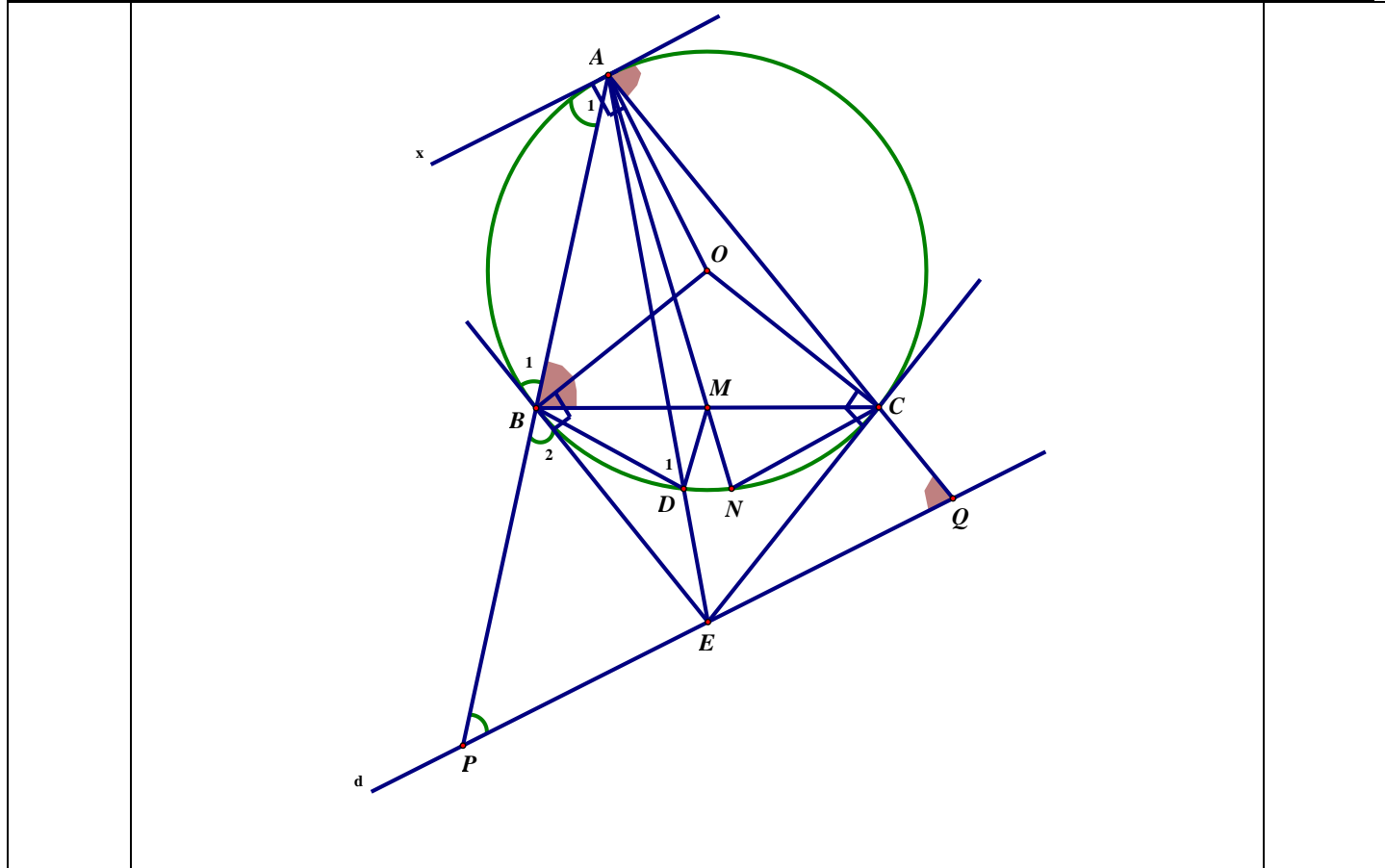
-----Hết-----

**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM ĐỀ SỐ 18**

<b>Bài I (2đ)</b>	<b>HƯỚNG DẪN CHẤM</b>	<b>ĐIỂM</b>
ý 1)	<b>Tính giá trị của biểu thức A khi <math>a = \frac{1}{4}</math> (0,5 điểm)</b>	
	Thay $a = \frac{1}{4}$ (tm đkxd) vào biểu thức A	0,25
	Tính được $A = \frac{-3}{4}$ và trả lời	0,25
<b>Nếu hs thiếu tmđk hoặc kết luận: đánh 1 dấu -. Thiếu cả hai thì trừ 0,25đ</b>		
ý 2)	<b>Rút gọn biểu thức B (1 điểm)</b>	
	$B = \frac{\sqrt{a} - 1}{\sqrt{a} + 1} - \frac{\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a} - 1}$ $= \frac{(\sqrt{a} - 1)^2 - (\sqrt{a} + 1)^2}{(\sqrt{a} + 1)(\sqrt{a} - 1)}$ (với $a > 0; a \neq 1$ )	0,5 điểm
	$= \frac{a - 2\sqrt{a} + 1 - a - 2\sqrt{a} - 1}{(\sqrt{a} + 1)(\sqrt{a} - 1)}$	0,25
	$= \frac{-4\sqrt{a}}{a - 1}$ $= \frac{4\sqrt{a}}{1 - a}$	0,25
ý 3	<b>Tìm x để <math>A^2.B &gt; 0</math> (0,5 điểm) (câu này không hay vì hs có thể không cần tính biểu thức mà đi tìm a để <math>B &gt; 0</math> luôn)</b>	
	Tính được $A^2.B = \left(\frac{a-1}{2\sqrt{a}}\right)^2 \cdot \frac{4\sqrt{a}}{1-a} = \frac{(1-a)^2 \cdot 4\sqrt{a}}{(1-a) \cdot 4a} = \frac{1-a}{\sqrt{a}}$	0,25
	Với điều kiện với $a > 0; a \neq 1$ , ta có $A^2.B > 0 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow a < 1$	
	Kết hợp điều kiện được: $A^2.B > 0$ khi và chỉ khi $0 < a < 1$	0,25
<b>Bài II</b>		
	Gọi chiều rộng của mảnh đất là x ( đơn vị: mét, đk: x > 0)	0,25đ
	Khi đó chiều dài của mảnh đất là $\frac{360}{x}$ (m)	0,25đ
	Chiều rộng sau khi tăng 3m là x + 3 (m)	0,25đ

	<p>Chiều dài sau khi giảm 4m là <math>\frac{360}{x} - 4</math> (m)</p> <p>Vì khi tăng chiều rộng 3m và giảm chiều dài 4m thì diện tích mảnh đất không đổi nên ta có PT <math>(x + 3) \left( \frac{360}{x} - 4 \right) = 360</math></p> <p>Giải PT tìm được <math>x = 15</math> hoặc <math>x = -18</math></p> <p>Đổi chiếu đk và trả lời:</p>	<p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,5đ</p> <p>0,25đ</p>
<p>Bài III</p> <p>1)</p>	<p>Điều kiện <math>\begin{cases} x \neq 0 \\ y \neq 0 \end{cases}</math></p> $\begin{cases} \frac{xy}{4x+3y} = \frac{4}{11} \\ \frac{xy}{2x+y} = \frac{4}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4x+3y}{xy} = \frac{11}{4} \\ \frac{2x+y}{xy} = \frac{5}{4} \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{y} + \frac{3}{x} = \frac{11}{4} \\ \frac{2}{y} + \frac{1}{x} = \frac{5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{y} + \frac{3}{x} = \frac{11}{4} \\ \frac{6}{y} + \frac{3}{x} = \frac{15}{4} \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{y} + \frac{3}{x} = \frac{11}{4} \\ \frac{2}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ \frac{4}{y} + \frac{3}{x} = \frac{11}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 4 \end{cases}$ <p>Đổi chiếu đk và kết luận nghiệm:</p>	<p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p>
<p>Bài 3</p> <p>Câu a</p> <p>1đ</p>	<p>Viết được pt hoành độ giao điểm của (d) và (P):</p> $x^2 - (3m + 1)x + 2m^2 + m - 1 = 0.$ <p>Tính được <math>\Delta = m^2 + 2m + 5</math> và c/m <math>\Delta = (m + 1)^2 + 4 &gt; 0 \quad \forall m</math> và kết luận</p>	<p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p>
<p>Câu b</p> <p>0,5đ</p>	<p>* khẳng định pt <math>x^2 - (3m + 1)x + 2m^2 + m - 1 = 0</math> luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m</p>	<p>0,25đ</p>

	<p>+) Khi đó áp dụng hệ thức Viet ta có <math>\begin{cases} x_1 + x_2 = 3m + 1 \\ x_1 x_2 = 2m^2 + m - 1 \end{cases}</math></p> $M = x_1^2 + x_2^2 - 3x_1 x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 5x_1 x_2 = -m^2 + m + 6$ <p>Biến đổi <math>= -\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4} \leq \frac{25}{4}</math></p> <p>Chỉ ra dấu “=” xảy ra và kết luận: ..</p>	0,25đ
--	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------



Bài IV	<p>a) đúng 1 điểm</p> <p>vẽ hình đúng: chỉ ra được <math>\angle OBE = \angle OCE = 90^\circ</math></p> <p>từ đó suy ra <math>\angle OBE + \angle OCE = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ</math></p> <p>KL tứ giác nội tiếp:</p>	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
1.	<p>2. C/m được góc A1 = góc D1; Góc A1 = P</p> <p>Từ đó suy ra góc D1 = góc P</p> <p>c/m tam giác ABD đồng dạng với tam giác AEP ( gg)</p> <p>KL: AB. AP = AD. AE</p>	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
3.	<p>c/m được góc APE = góc A1; góc A1 = B1 = B2</p> <p>suy ra góc APE = B2</p> <p>KL tam giác BEP cân tại E suy ra EB = EP</p>	0,25đ 0,25đ 0,25đ

	c/m tương tự suy ra tam giác CEQ cân tại E => CE = EQ c/m CE = EB và kl:	0,25đ
4.	$\left. \begin{aligned} c/m \Delta ABC \square \Delta AQP (gg) &\Rightarrow \frac{AC}{AP} = \frac{BC}{PQ} \\ \text{mà } \frac{BC}{PQ} &= \frac{2MC}{2EQ} = \frac{MC}{EQ} = \frac{MC}{EP} \end{aligned} \right\}$ $\Rightarrow \frac{AC}{AP} = \frac{MC}{EP} \Rightarrow \Delta ACM \square \Delta APE (cgc)$ $\Rightarrow MAC = PAE$ $c/m \Delta MBA \square \Delta MNC (gg) \Rightarrow \frac{MB}{MN} = \frac{MA}{MC} \Rightarrow MA.MN = MB.MC = \frac{BC^2}{4}$ $c/m \Delta MBD = \Delta MCN (cgc) \Rightarrow MD = MN$ <p><b>KL:</b></p>	0,25đ 0,25đ
<b>Bài V (0,5 đ)</b>	<p>C/m hệ quả của bất cô si: <math>\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}</math></p> <p>Vi a, b dương, áp dụng bất cô si và hệ quả trên ta có:</p> $P = \frac{1}{a^2 + b^2} + \frac{1}{ab} + 4ab = \frac{1}{a^2 + b^2} + \frac{1}{2ab} + \frac{1}{4ab} + 4ab + \frac{1}{4ab}$ $\geq \frac{4}{(a+b)^2} + 2\sqrt{\frac{1}{4ab} \cdot 4ab} + \frac{1}{4ab}$ $\geq 4 + 2 + \frac{1}{4ab}$ <p>Mà <math>a + b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow 1 \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow 1 \geq 4ab \Leftrightarrow \frac{1}{4ab} \geq 1</math></p> $\Rightarrow P \geq 7$ <p>Dấu "=" xảy ra <math>\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 2ab \\ \frac{1}{4ab} = 4ab \\ a = b \end{cases} \Leftrightarrow a = b = \frac{1}{2} \text{ (tmdk)}</math></p>	0,25đ 0,25đ

0,25



**ĐỀ ÔN TẬP SỐ 19**

**Bài 1(2 điểm):** Cho hai biểu thức

$$A = \frac{2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}} \text{ và } B = \frac{1}{2\sqrt{x} - 2} - \frac{1}{2\sqrt{x} + 2} + \frac{\sqrt{x}}{1 - x} \quad \text{Với } x > 0, x \neq 1; x \neq 4.$$

1) Tính giá trị biểu thức A khi  $x = 16$

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Tìm x để  $\frac{A}{B} < 0$

**Bài 2(2 điểm)** Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một đội xe theo kế hoạch chở hết 280 tấn hàng trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày đội đó chở vượt mức 10 tấn nên đội đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 1 ngày và chở thêm được 20 tấn. Hỏi theo kế hoạch đội xe chở hàng hết bao nhiêu ngày?

**Bài 3(2 điểm):**

1) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} (x + 5)(y - 2) = xy \\ (x - 5)(y + 12) = xy \end{cases}$$

2) Cho Parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = (m - 1)x + m + 4$  (tham số m)

a) Chứng tỏ rằng (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt với mọi giá trị của m.

b) Gọi  $x_1; x_2$  lần lượt là hoành độ giao điểm của (d) và (P).

Tìm giá trị của m để  $x_1x_2^2 + x_1^2x_2 = 5 + x_1x_2$

**Bài 4(3,5 điểm)** Cho đường tròn (O; R) đường kính AB. Lấy điểm I bất kỳ trên OA, vẽ dây MN vuông góc với AB tại I. Trên đoạn MI lấy điểm E (E khác M và I). Tia AE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai K.

a) Chứng minh: Tứ giác IEKB nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh:  $AM^2 = AE \cdot AK$

c) Chứng minh tổng  $AE \cdot AK + BI \cdot BA$  không đổi khi I di chuyển trên đoạn OA.

d) Xác định vị trí điểm I sao cho chu vi tam giác MIO đạt giá trị lớn nhất.

**Bài 5: (0,5 điểm) :** Cho a, b là các số thực dương.

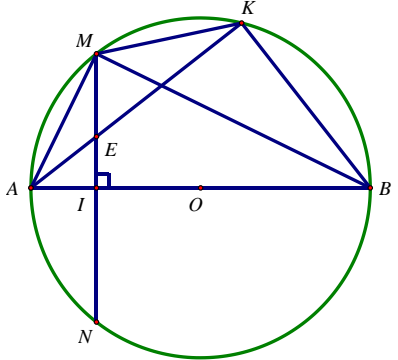
$$\text{Chứng minh } \frac{a + b}{\sqrt{a(3a + b)} + \sqrt{b(3b + a)}} \geq \frac{1}{2}$$

----- HẾT -----

**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM ĐỀ SỐ 19**

Bài	Đáp án	Điểm
1	<p>1) <math>A = \frac{2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}}</math> Với <math>x = 16</math> (TMĐK)</p> <p>Thay <math>x = 16</math> vào biểu thức A</p> <p>Tính được <math>A = -0,1</math></p> <p>2)</p> $B = \frac{1}{2\sqrt{x}-2} - \frac{1}{2\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{1-x} = \frac{1}{2(\sqrt{x}-1)} - \frac{1}{2(\sqrt{x}+1)} - \frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$ $= \frac{\sqrt{x}+1 - \sqrt{x}+1 - 2\sqrt{x}}{2(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$ $= \frac{2(1-\sqrt{x})}{2(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$ $= \frac{-1}{\sqrt{x}+1}$ <p>3) <math>\frac{A}{B} = \frac{2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}} : \frac{-1}{\sqrt{x} + 1} = \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)} \cdot \frac{\sqrt{x} + 1}{-1} = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x}}</math></p> <p>Lập luận suy ra được <math>\sqrt{x} &gt; 0</math> với mọi <math>x</math> thỏa mãn đkxđ</p> $\Rightarrow \sqrt{x} - 2 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 2 \Leftrightarrow x < 4 \text{ Kết hợp đkxđ } 0 < x < 4, x \neq 1.$	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
2	<p><b>Chú ý:</b> Thiếu ĐK hoặc ĐK sai – 0,25đ</p> <p>Gọi thời gian đội xe chở hết hàng là <math>x</math> (ngày, <math>x &gt; 1</math>)</p> <p>Năng suất dự định là <math>\frac{280}{x}</math> (tấn/ngày)</p> <p>Thời gian thực tế là <math>x - 1</math>(ngày)</p> <p>Số tấn hàng chở theo thực tế là <math>280 + 20 = 300</math> (tấn)</p>	<p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p>

	<p>Năng suất thực tế là: <math>\frac{300}{x-1}</math> (Tấn/ngày)</p> <p>Vì mỗi ngày chở vượt mức 10 tấn <math>\Rightarrow</math> phương trình:</p> $\frac{300}{x-1} - \frac{280}{x} = 10$ <p><math>\Rightarrow</math> phương trình:</p> <p>Biến đổi đưa về dạng <math>10x^2 - 30x - 280 = 0</math></p> <p>Giải phương trình tìm được <math>x_1 = 7</math> (TM), <math>x_2 = -4</math> (loại)</p> <p>Vậy thời gian dự định chở hết hàng của đội xe là 7 ngày.</p> <p>Lập luận đề có PT không rõ ràng hoặc không đủ căn cứ - 0,25đ</p>	<p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,5đ</p> <p>0,25đ</p>
3	<p>1) <math display="block">\begin{cases} (x+5)(y-2) = xy \\ (x-5)(y+12) = xy \end{cases} \hat{=} \begin{cases} xy - 2x + 5y - 10 = xy \\ xy + 12x - 5y - 60 = xy \end{cases}</math></p> $\hat{=} \begin{cases} -2x + 5y = 10 \\ 12x - 5y = 60 \end{cases} \hat{=} \begin{cases} x = 7 \\ y = \frac{24}{5} \end{cases}$ <p>Vậy nghiệm của hệ PT là .....</p> <p>2) Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình</p> $x^2 = (m-1)x + m + 4$ $\Leftrightarrow x^2 - (m-1)x - m - 4 = 0 \quad (*)$ <p>a) Có <math>a = 1</math>; <math>b = -(m-1)</math>; <math>c = -m - 4</math></p> <p>Tính <math>\Delta = b^2 - 4ac = m^2 - 2m + 1 + 4m + 16</math></p> $= m^2 + 2m + 17 = (m+1)^2 + 16 > 0 \text{ với mọi } m$ <p>Vậy PT (*) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m</p> <p><math>\rightarrow</math> (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt với mọi m</p> <p>b) Vì <math>x_1, x_2</math> lần lượt là hoành độ giao điểm của (d) và (P) nên <math>x_1, x_2</math> là nghiệm của PT(*)</p> <p>Theo câu a) PT (*) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m</p>	<p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p>

	<p>Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có: <math display="block">\begin{cases} x_1 + x_2 = m - 1 \\ x_1 x_2 = -m - 4 \end{cases} \quad (I)</math></p> <p>Xét <math>x_1 x_2^2 + x_2 x_1^2 = 5 + x_1 x_2</math></p> <p><math>\Leftrightarrow x_1 x_2 (x_1 + x_2) = 5 + x_1 x_2 \quad (II)</math></p> <p>Thay (I) vào (II): <math>(-m - 4)(m - 1) = 5 - m - 4</math></p> <p><math>\Leftrightarrow -m^2 - 4m + m + 4 = 5 - m - 4</math></p> <p><math>\Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m_1 = 1 \\ m_2 = -3 \end{cases}</math></p> <p>Vậy <math>m = 1</math> hoặc <math>m = -3</math> thì.....</p>	<p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p>
<p>4</p>	<div style="text-align: center;">  </div> <p>a) 1đ+Vẽ hình</p> <p>+ Chứng minh: <math>\angle EIB = 90^\circ</math>; <math>\angle EKB = 90^\circ</math></p> <p>+ chứng tỏ tứ giác IEKB nội tiếp</p> <p>b) 1đ + Cm: <math>\triangle AME \sim \triangle AKM</math> (g.g)</p> <p>+ suy ra <math>AM^2 = AE \cdot AK</math></p> <p>c) 1đ+ Cm: <math>AM^2 = AE \cdot AK</math></p> <p>+ Cm: <math>BM^2 = BI \cdot BA</math></p> <p>+ Cm: <math>AM^2 + BM^2 = AB^2 = 4R^2</math></p> <p>+ lập luận để có đpcm</p> <p>d) 0,5đ Kí hiệu Chu vi <math>\triangle MIO</math> là <math>P_{\triangle MIO}</math></p> <p>+ <math>(P_{\triangle MIO})_{\max} \Leftrightarrow (MI + IO)_{\max}</math></p>	<p>0,25đ</p> <p>0,5 đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,75đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,5đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p>

	<p>+ <math>(MI + IO)^2 \leq 2(MI^2 + IO^2) = 2R^2</math></p> <p>+ Xét dấu "=" xảy ra và kết luận: <math>(P_{\Delta MIO})_{\max} \Leftrightarrow IO = IM = \frac{R\sqrt{2}}{2}</math></p>	<p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p>
5	<p>Ta có <math>\frac{a+b}{\sqrt{a(3a+b)} + \sqrt{b(3b+a)}} = \frac{2(a+b)}{\sqrt{4a(3a+b)} + \sqrt{4b(3b+a)}} \quad (1)</math> (Nhân cả tử và mẫu với 2)</p> <p>Áp dụng bất đẳng thức cô si cho các số dương ta có</p> $\sqrt{4a(3a+b)} \leq \frac{4a + (3a+b)}{2} = \frac{7a+b}{2} \quad (2)$ $\sqrt{4b(3b+a)} \leq \frac{4b + (3b+a)}{2} = \frac{7b+a}{2} \quad (3)$ <p>Từ (2) và (3) suy ra <math>\sqrt{4a(3a+b)} + \sqrt{4b(3b+a)} \leq 4(a+b) \quad (4)</math></p> <p>Từ (1) và (4) suy ra <math>\frac{a+b}{\sqrt{a(3a+b)} + \sqrt{b(3b+a)}} \geq \frac{2(a+b)}{4(a+b)} = \frac{1}{2}</math></p> <p>Dấu bằng xảy ra khi <math>\begin{cases} 4a = 3a + b \\ 4b = 3b + a \end{cases} \Leftrightarrow a = b</math></p>	<p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p>

**ĐỀ ÔN TẬP SỐ 20**

**Bài I (2 điểm)** Rút gọn các biểu thức

a)  $P = \frac{1}{\sqrt{5}-2} + \frac{1}{\sqrt{5}+2}$ .

b)  $Q = \left(1 + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}$  với  $x > 0, x \neq 1$ .

**Bài II (2 điểm)** Cho phương trình bậc hai  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + m + 1 = 0$  (m là tham số)

Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 = 3x_1x_2 - 1$ .

**Bài III (2 điểm)** Một đội xe nhận vận chuyển 72 tấn hàng nhưng khi sắp khởi hành thì có 3 xe bị hỏng, do đó mỗi xe phải chở nhiều hơn 2 tấn so với dự định. Hỏi lúc đầu đội xe có bao nhiêu chiếc, biết khối lượng hàng mỗi xe phải chở là như nhau.

**Bài IV (3,5 điểm)** Cho tam giác nhọn ABC, đường tròn đường kính BC cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại M, N. Gọi H là giao điểm của BN và CM.

a) Chứng minh tứ giác AMHN nội tiếp được trong một đường tròn.

b) Gọi K là giao điểm của đường thẳng BC với đường thẳng AH.

Chứng minh  $\triangle BHK \sim \triangle ACK$ .

c) Chứng minh:  $KM + KN \leq BC$ . Dấu “=” xảy ra khi nào?

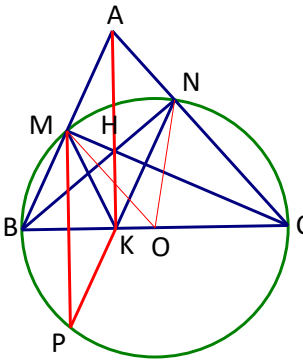
**Bài V (0,5 điểm)** Cho các số thực a, b, c thỏa mãn  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $F = ab + bc + 2ca$ .

**- HẾT -**

**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM ĐỀ SỐ 20**

Câu	Nội dung	Điểm
1	a) Ta có: $P = \sqrt{5} + 2 + \sqrt{5} - 2 = 2\sqrt{5}$	1,0
	b) Ta có: $Q = \left[ \frac{\sqrt{x}-1+\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)} \right] \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{2}{\sqrt{x}-1} \quad (0 < x \neq 1)$	1,0
2	Ta có $\Delta' = (m+1)^2 - (m^2 + m + 1) = m$ Để phương trình bậc hai đã cho có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thì $\Delta' > 0$ $\Leftrightarrow m > 0$ .  Khi đó theo hệ thức Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 + m + 1 \end{cases}$	1,0
	Theo bài ra $x_1^2 + x_2^2 = 3x_1x_2 - 1 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 3x_1x_2 - 1 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 5x_1x_2 + 1 = 0$ $\Rightarrow 4(m+1)^2 - 5(m^2 + m + 1) + 1 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m = 0 \Leftrightarrow m(m-3) = 0 \quad (*)$  Do đó pt (*) có 2 nghiệm $m_1 = 0, m_2 = 3$ Đối chiếu điều kiện $m > 0$ ta có $m = 3$ thỏa mãn bài toán	1,0
3	Gọi số xe lúc đầu của đoàn xe là $x$ chiếc ( $x > 3, x$ nguyên dương) Số hàng mỗi xe phải chở theo dự định là $\frac{72}{x}$ (tấn) Số xe thực tế chở hàng là: $x - 3$ (chiếc) Số hàng mỗi xe thực tế phải chở là: $(\frac{72}{x} + 2)$ (tấn)	0,5
	Theo bài ra ta có pt: $(x - 3)(\frac{72}{x} + 2) = 72 \Leftrightarrow (x - 3)(72 + 2x) = 72x$	0,5
	$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 108 = 0 \Leftrightarrow x = -9$ hoặc $x = 12$ . Đối chiếu đk, ta có : $x = 12$ .	0,5
	Vậy đoàn xe lúc đầu có 12 chiếc.	0,5
4	a) Theo giả thiết ta có $\angle BMC = \angle BNC = 90^\circ$ (Do cùng chắn một nửa đường tròn) $\Rightarrow \angle AMH = \angle ANH = 90^\circ$ $\Rightarrow$ Tứ giác AMHN nội tiếp đường tròn.	0,5

 <p>Hình vẽ : 0,5đ</p>	<p>b) Vì <math>BN \perp AC, CM \perp AB \Rightarrow H</math> là trực tâm <math>\Delta ABC</math>.  <math>\Rightarrow AK \perp BC \Rightarrow \angle AKB = \angle ANB = 90^\circ \Rightarrow</math> Tứ giác <math>ABKN</math> nội tiếp đường tròn. <math>\Rightarrow \angle KAC = \angle NBC</math> (cùng chắn cung <math>KN</math>)  <math>\Delta BHK</math> và <math>\Delta ACK</math> có:  <math>\angle HBK = \angle KAC, \angle HKB = \angle AKC = 90^\circ \Rightarrow \Delta BHK \cong \Delta ACK</math> (g-g)</p>	<p>1,0</p>
	<p>c) Từ <math>M</math> kẻ đường vuông góc với <math>BC</math> cắt đường tròn tại <math>P \Rightarrow BC</math> là trung trực của <math>MP</math> (tính chất đối xứng của đường tròn) <math>\Rightarrow DK = KI</math>                  Ta có các tứ giác <math>ABKN, BMHK</math> nội tiếp <math>\Rightarrow \angle ABN = \angle AKN = \angle HKM</math>  <math>\Rightarrow \angle MKB = \angle NKC</math> (cùng phụ với hai góc bằng nhau)                  Mặt khác <math>BC</math> là trung trực của <math>MP</math> nên <math>\angle MKB = \angle BKP \Rightarrow \angle BKP = \angle NKC</math>  <math>\Rightarrow 3</math> điểm <math>P, K, N</math> thẳng hàng suy ra <math>KM + KN = KP + KN = PN \leq BC</math> (do <math>PN</math> là dây còn <math>BC</math> là đường kính).                  Dấu “=” xảy ra khi <math>K</math> trùng <math>O</math>, khi đó <math>\Delta ABC</math> cân tại <math>A</math></p>	<p>1,0</p>
	<p>Ta có : <math>(a+b+c)^2 \geq 0 \Rightarrow ab + bc + ca \geq -\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2} = -\frac{1}{2}</math></p>	<p>0,25</p>
	<p>Ta có : <math>(a+c)^2 \geq 0 \Rightarrow ac \geq -\frac{a^2 + c^2}{2} = \frac{b^2 - (a^2 + b^2 + c^2)}{2} = \frac{b^2 - 1}{2} \geq -\frac{1}{2}</math></p>	<p>0,25</p>
<p>5</p>	<p>Do đó <math>F = ab + bc + ca + ca \geq -\frac{1}{2} + -\frac{1}{2} = -1</math></p>	<p>0,25</p>
	<p><math>F</math> min = -1. Dấu “=” xảy ra khi <math>\begin{cases} a + b + c = 0 \\ a + c = 0, b = 0 \\ a^2 + b^2 + c^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ a = -c = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}</math></p>	<p>0,25</p>



**ĐỀ ÔN TẬP SỐ 21**

**Câu 1** (2,0 điểm).

1) Rút gọn biểu thức  $P = \sqrt{(\sqrt{3} + 2)^2} + \sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2}$ .

2) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$ .

**Câu 2** (1,5 điểm).

1) Xác định tọa độ các điểm  $A$  và  $B$  thuộc đồ thị hàm số  $y = 2x - 6$ , biết điểm  $A$  có hoành độ bằng 0 và điểm  $B$  có tung độ bằng 0.

2) Xác định tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = mx^2$  đi qua điểm  $P(1; -2)$ .

**Câu 3** (1,5 điểm). Cho phương trình  $x^2 - 2(m+1)x + 2m = 0$  ( $m$  là tham số).

1) Giải phương trình với  $m = 1$ .

2) Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{2}$ .

**Câu 4** (1,5 điểm).

1) Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB = 3\text{ cm}$ ,  $BC = 6\text{ cm}$ . Tính góc  $C$ .

2) Một tàu hỏa đi từ  $A$  đến  $B$  với quãng đường 40 km. Khi đi đến  $B$ , tàu dừng lại 20 phút rồi đi tiếp 30 km nữa để đến  $C$  với vận tốc lớn hơn vận tốc khi đi từ  $A$  đến  $B$  là 5 km/h. Tính vận tốc của tàu hỏa khi đi trên quãng đường  $AB$ , biết thời gian kể từ khi tàu hỏa xuất phát từ  $A$  đến khi tới  $C$  hết tất cả 2 giờ.

**Câu 5** (2,5 điểm). Cho tam giác  $ABC$  có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn tâm  $O$  và  $AB < AC$ . Vẽ đường kính  $AD$  của đường tròn ( $O$ ). Kẻ  $BE$  và  $CF$  vuông góc với  $AD$  ( $E, F$  thuộc  $AD$ ). Kẻ  $AH$  vuông góc với  $BC$  ( $H$  thuộc  $BC$ ).

1) Chứng minh bốn điểm  $A, B, H, E$  cùng nằm trên một đường tròn.

2) Chứng minh  $HE$  song song với  $CD$ .

3) Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Chứng minh  $ME = MF$ .

**Câu 6** (1,0 điểm). Cho  $a, b, c$  là các số lớn hơn 1. Chứng minh:  $\frac{a^2}{b-1} + \frac{b^2}{c-1} + \frac{c^2}{a-1} \geq 12$ .

-----Hết-----

**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM ĐỀ SỐ 21**

Câu		Đáp án	Điểm
<b>Câu 1</b> 2,0 đ	1) 1,0 đ	$P =  \sqrt{3} + 2  +  \sqrt{3} - 2 $	0,5đ
		$= \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} + 2$	0,25đ
		$P = 4$	0,25đ
	2) 1,0 đ	Từ hpt suy ra $4x = 4 \Rightarrow x = 1$	0,5đ
		$\Rightarrow y = -2$	0,5đ
		Nghiệm của hpt: $(x; y) = (1; -2)$	0,5đ
<b>Câu 2</b> 1,5 đ	1) 1,0 đ	Điểm A thuộc đường thẳng $y = 2x - 6$ , mà hoành độ $x = 0$	0,25đ
		Suy ra tung độ $y = -6$ .	
		Vậy điểm A có tọa độ $A(0; -6)$ .	0,25đ
		Điểm B thuộc đường thẳng $y = 2x - 6$ , mà tung độ $y = 0$	0,25đ
	Suy ra hoành độ $x = 3$ .		
	Vậy điểm B có tọa độ $B(3; 0)$ .	0,25đ	
2) 0,5 đ	Đồ thị hàm số $y = mx^2$ đi qua điểm $P(1; -2)$ suy ra $-2 = m.1^2$	0,25đ	
	$m = -2$	0,25đ	
<b>Câu 3</b> 1,5 đ	1) 1,0 đ	Với $m = 1$ , phương trình trở thành: $x^2 - 4x + 2 = 0$	0,25đ
		$\Delta' = 2$	0,25đ
		$x_1 = 2 + \sqrt{2}; x_2 = 2 - \sqrt{2}$	0,5đ
	2)	Điều kiện PT có 2 nghiệm không âm $x_1, x_2$ là	0,25đ

	0,5 đ	$\begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ x_1 + x_2 \geq 0 \\ x_1 x_2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 1 \geq 0 \\ 2(m+1) \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -1 \\ 2m \geq 0 \end{cases}$		
		<p>Theo hệ thức Vi-ét: <math>x_1 + x_2 = 2(m+1)</math>, <math>x_1 x_2 = 2m</math>.</p> <p>Ta có <math>\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{2} \Leftrightarrow x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 x_2} = 2</math></p> <p><math>\Leftrightarrow 2m + 2 + 2\sqrt{2m} = 2 \Leftrightarrow m = 0</math> (thỏa mãn)</p>	0,25đ	
<b>Câu 4</b>	1)	Tam giác $ABC$ vuông tại $A$		
	1,5 đ	0,5 đ	Ta có $\sin C = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{6} = 0,5$	0,25đ
			Suy ra $C = 30^\circ$	0,25đ
	2)		Gọi vận tốc tàu hoả khi đi trên quãng đường $AB$ là $x$ (km/h; $x > 0$ )	0,25đ
		1,0 đ	<p>Thời gian tàu hoả đi hết quãng đường <math>AB</math> là <math>\frac{40}{x}</math> (giờ).</p> <p>Thời gian tàu hoả đi hết quãng đường <math>BC</math> là <math>\frac{30}{x+5}</math> (giờ).</p> <p>Theo bài ta có phương trình: <math>\frac{40}{x} + \frac{30}{x+5} + \frac{1}{3} = 2</math></p>	0,25đ
		Biến đổi pt ta được: $x^2 - 37x - 120 = 0$	0,25đ	
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \text{ (tm)} \\ x = -3 \text{ (ktm)} \end{cases}$	0,25đ	
		Vận tốc của tàu hoả khi đi trên quãng đường $AB$ là 40 km/h.		

<p><b>Câu 5</b> 2,5 đ</p>		
<p><b>1)</b> 1,0 đ</p>	<p>Theo bài có <math>\angle AEB = \angle AHB = 90^\circ</math>. Suy ra bốn điểm <math>A, B, H, E</math> cùng thuộc một đường tròn.</p>	<p>0,5đ 0,5đ</p>
<p><b>2)</b> 1,0 đ</p>	<p>Tứ giác <math>ABHE</math> nội tiếp đường tròn <math>\Rightarrow \angle BAE = \angle EHC</math> (1) Mặt khác, <math>\angle BCD = \angle BAE</math> (góc nội tiếp cùng chắn <math>BD</math>) (2) Từ (1) và (2) suy ra <math>\angle BCD = \angle EHC</math> suy ra <math>HE \parallel CD</math>.</p>	<p>0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ</p>
<p><b>3)</b> 0,5 đ</p>	<p>Gọi <math>K</math> là trung điểm của <math>EC</math>, <math>I</math> là giao điểm của <math>MK</math> với <math>ED</math>. Khi đó <math>MK</math> là đường trung bình của <math>\triangle BCE</math> <math>\Rightarrow MK \parallel BE</math>; mà <math>BE \perp AD</math> (gt) <math>\Rightarrow MK \perp AD</math> hay <math>MK \perp EF</math> (3) Lại có <math>CF \perp AD</math> (gt) <math>\Rightarrow MK \parallel CF</math> hay <math>KI \parallel CF</math>. <math>\triangle ECF</math> có <math>KI \parallel CF</math>, <math>KE = KC</math> nên <math>IE = IF</math> (4) Từ (3) và (4) suy ra <math>MK</math> là đường trung trực của <math>EF</math></p>	<p>0,25đ 0,25đ</p>

		$\Rightarrow ME = MF$	
<b>Câu 6</b> <i>1,0 đ</i>		Với a, b, c là các số lớn hơn 1, áp dụng BĐT Cô-si ta có:	
		$\frac{a^2}{b-1} + 4(b-1) \geq 4a. \quad (1)$	<i>0,25đ</i>
		$\frac{b^2}{c-1} + 4(c-1) \geq 4b. \quad (2)$	<i>0,25đ</i>
		$\frac{c^2}{a-1} + 4(a-1) \geq 4c. \quad (3)$	<i>0,25đ</i>
		Từ (1), (2) và (3) suy ra $\frac{a^2}{b-1} + \frac{b^2}{c-1} + \frac{c^2}{a-1} \geq 12.$	<i>0,25đ</i>

**ĐỀ ÔN TẬP SỐ 22**

**Câu I (2,0 điểm)** Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

1)  $2x+1=0$ .

2) 
$$\begin{cases} x=3-2y \\ y=-1+2x \end{cases}$$

3)  $x^4+8x^2-9=0$ .

**Câu II (2,0 điểm)**

1) Rút gọn biểu thức  $A = (\sqrt{a} + 2)(\sqrt{a} - 3) - (\sqrt{a} + 1)^2 + \sqrt{9a}$  với  $a \geq 0$ .

2) Khoảng cách giữa hai tỉnh A và B là 60 km. Hai người đi xe đạp cùng khởi hành một lúc đi từ A đến B với vận tốc bằng nhau. Sau khi đi được 1 giờ thì xe của người thứ nhất bị hỏng nên phải dừng lại sửa xe 20 phút, còn người thứ hai tiếp tục đi với vận tốc ban đầu. Sau khi sửa xe xong, người thứ nhất đi với vận tốc nhanh hơn trước 4 km/h nên đã đến B cùng lúc với người thứ hai. Tính vận tốc hai người đi lúc đầu.

**Câu III (2,0 điểm)**

1) Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 3 = 0$  có nghiệm kép. Tìm nghiệm kép đó.

2) Cho hai hàm số  $y = (3m+2)x + 5$  với  $m \neq -1$  và  $y = -x - 1$  có đồ thị cắt nhau tại điểm  $A(x; y)$ . Tìm các giá trị của  $m$  để biểu thức  $P = y^2 + 2x - 3$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu IV (3,0 điểm)** Cho đường tròn (O) đường kính AB cố định và đường kính CD thay đổi không trùng với AB. Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt các đường thẳng BC và BD lần lượt tại E và F. Gọi P và Q lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AE và AF.

1) Chứng minh ACBD là hình chữ nhật.

2) Gọi H là trực tâm của tam giác BPQ. Chứng minh H là trung điểm của OA.

3) Xác định vị trí của đường kính CD để tam giác BPQ có diện tích nhỏ nhất.

**Câu V (1,0 điểm)** Cho 2015 số nguyên dương  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2015}$  thỏa mãn điều kiện:

$$\frac{1}{\sqrt{a_1}} + \frac{1}{\sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{2015}}} \geq 89$$

Chứng minh rằng trong 2015 số nguyên dương đó, luôn tồn tại ít nhất 2 số bằng nhau.

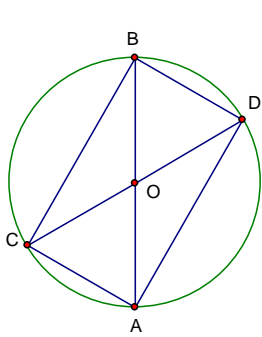
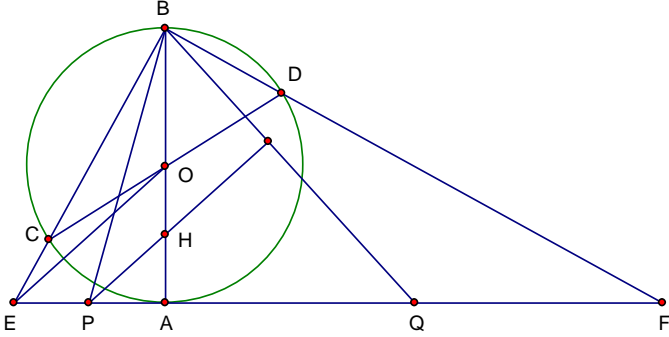
-----Hết-----

**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM ĐỀ SỐ 22**

<b>Câu</b>	<b>Ý</b>	<b>Nội dung</b>	<b>Điểm</b>
I	1	Giải phương trình $2x+1=0$	<b>0,50</b>
		Pt $\Leftrightarrow 2x=-1$	0,25
		$\Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$	0,25
I	2	Giải hệ phương trình $\begin{cases} x=3-2y \\ y=-1+2x \end{cases}$	<b>0,50</b>
		Hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} x+2y=3 \\ -2x+y=-1 \end{cases}$	0,25
		Tìm được $x=y=1$	0,25
I	3	Giải phương trình $x^4+8x^2-9=0$	<b>1,00</b>
		Đặt $t=x^2, t \geq 0$ ta được $t^2+8t-9=0$	0,25
		Giải phương trình tìm được $\begin{cases} t=1 \\ t=-9 \end{cases}$	0,25
		$t=-9 < 0$ (Loại)	0,25
		$t=1 \Rightarrow x^2=1 \Leftrightarrow x=\pm 1$	0,25
II	1	Rút gọn biểu thức $A=(\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-3)-(\sqrt{a}+1)^2+\sqrt{9a}$ với $a \geq 0$ .	<b>1,00</b>
		$(\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-3)=a-\sqrt{a}-6$	0,25
		$(\sqrt{a}+1)^2=a+2\sqrt{a}+1$	0,25
		$A=a-\sqrt{a}-6-(a+2\sqrt{a}+1)+3\sqrt{a}$	0,25

		$A = -7$	0,25
II	2	Tính vận tốc hai người đi lúc đầu	<b>1,00</b>
		Gọi vận tốc hai người đi lúc đầu là $x$ km/h ( $x > 0$ ) Thời gian đi từ A đến B của người thứ hai là $\frac{60}{x}$ (h)	0,25
		Quãng đường người thứ nhất đi được trong 1 giờ đầu là $x$ (km) $\Rightarrow$ Quãng đường còn lại là $60 - x$ (km) $\Rightarrow$ Thời gian người thứ nhất đi quãng đường còn lại là $\frac{60-x}{x+4}$ (h)	0,25
		$20' = \frac{1}{3}$ (h). Theo bài ra ta có: $\frac{60}{x} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{60-x}{x+4}$	0,25
		$\Leftrightarrow 60.3.(x+4) = 4.x.(x+4) + 3.x.(60-x)$ $\Leftrightarrow x^2 + 16x - 720 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ x = -36 \end{cases}$ Do $x > 0$ nên $x = 20$ . Vậy vận tốc hai người đi lúc đầu là 20 km/h	0,25
III	1	Tìm $m$ để $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 3 = 0$ có nghiệm kép. Tìm nghiệm kép	<b>1,00</b>
		$\Delta' = (m+1)^2 - (m^2 - 3) = 2m + 4$	0,25
		Phương trình có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta' = 2m + 4 = 0 \Leftrightarrow m = -2$	0,25
		Nghiệm kép là $x_1 = x_2 = m + 1$	0,25
		Vậy $m = -2$ thì phương trình có nghiệm kép là $x_1 = x_2 = -1$	0,25
III	2	Cho hai hàm số $y = (3m+2)x + 5$ và $y = -x - 1$ có đồ thị cắt nhau tại điểm $A(x; y)$ . Tìm $m$ để biểu thức $P = y^2 + 2x - 3$ đạt giá trị nhỏ nhất.	<b>1,00</b>
		Với $m \neq -1$ hai đồ thị cắt nhau tại điểm $A\left(\frac{-2}{m+1}; \frac{2}{m+1} - 1\right)$	0,25



		$P = y^2 + 2x - 3 = \left(\frac{2}{m+1} - 1\right)^2 + 2\left(\frac{-2}{m+1}\right) - 3$	0,25
		Đặt $t = \frac{2}{m+1}$ ta được $P = t^2 - 4t - 2 = (t - 2)^2 - 6 \geq -6, \forall t$	0,25
		$P = -6 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow \frac{2}{m+1} = 2 \Leftrightarrow m = 0$ Vậy $m = 0$ thì biểu thức $P = y^2 + 2x - 3$ đạt giá trị nhỏ nhất	0,25
IV	1	Chứng minh ACBD là hình chữ nhật	<b>1,00</b>
		  <p>Hình vẽ ý 1</p> <p>Hình vẽ ý 2 và 3</p>	
		Vẽ đúng hình ý 1	0,25
		$ACB = ADB = 90^0$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)	0,25
		$CAD = CBD = 90^0$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)	0,25
		Suy ra Chứng minh ACBD là hình chữ nhật	0,25
IV	2	Chứng minh H là trung điểm của OA	<b>1,00</b>
		Tam giác BEF vuông tại B có đường cao BA nên $AB^2 = AE \cdot AF \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AB}{AF} \Rightarrow \frac{AE}{2OA} = \frac{AB}{2AQ} \Rightarrow \frac{AE}{OA} = \frac{AB}{AQ}$ ;	0,25
		$EAO = BAQ = 90^0 \Rightarrow \Delta AEO$ đồng dạng với $\Delta ABQ$	0,25

		$\Rightarrow AEO = ABQ$ . Mặt khác $HPF = ABQ$ (góc có cạnh tương ứng vuông góc) nên $AEO = HPF$ . Hai góc này ở vị trí đồng vị nên $PH \parallel OE$	0,25
		P là trung điểm của EA $\Rightarrow$ H là trung điểm của OA	0,25
IV	3	Xác định vị trí của $CD$ để tam giác $BPQ$ có diện tích nhỏ nhất	<b>1,00</b>
		Ta có $S_{\Delta BPQ} = \frac{AB \cdot PQ}{2} = R \cdot PQ = R(AP + AQ) = \frac{R}{2}(AE + AF)$	0,25
		$\geq \frac{R}{2} \cdot 2\sqrt{AE \cdot AF}$	0,25
		$= R \cdot \sqrt{AB^2} = R \cdot AB = 2R^2$ . $S_{\Delta BPQ} = 2R^2 \Leftrightarrow AE = AF$	0,25
		$\Leftrightarrow \Delta BEF$ vuông cân tại $B \Leftrightarrow \Delta BCD$ vuông cân tại $B \Leftrightarrow CD \perp AB$ Vậy $S_{\Delta BPQ}$ đạt giá trị nhỏ nhất là $2R^2$ khi $CD \perp AB$	0,25
V		Cho 2015 số nguyên dương $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2015}$ thỏa mãn điều kiện: $\frac{1}{\sqrt{a_1}} + \frac{1}{\sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{2015}}} \geq 89$ . Chứng minh rằng trong 2015 số nguyên dương đó, tồn tại ít nhất 2 số bằng nhau.	<b>1,00</b>
		Giả sử trong 2015 số nguyên dương đã cho không có 2 số nào bằng nhau. Không mất tính tổng quát, ta sắp xếp các số đó như sau: $a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_{2015} \Rightarrow a_1 \geq 1, a_2 \geq 2, a_3 \geq 3, \dots, a_{2015} \geq 2015$	0,25
		$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{a_1}} + \frac{1}{\sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{2015}}} \leq \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2015}}$	0,25
		$= 1 + \frac{2}{2\sqrt{2}} + \frac{2}{2\sqrt{3}} + \dots + \frac{2}{2\sqrt{2015}}$ $< 1 + 2 \left( \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2014} + \sqrt{2013}} + \frac{1}{\sqrt{2015} + \sqrt{2014}} \right)$	0,25
		$= 1 + 2(\sqrt{2} - \sqrt{1} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \dots + \sqrt{2014} - \sqrt{2013} + \sqrt{2015} - \sqrt{2014})$ $= 1 + 2(\sqrt{2015} - 1) < 89$ $\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{a_1}} + \frac{1}{\sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{2015}}} < 89$ . Vô lý. Do đó trong 2015 số nguyên dương đã cho, luôn tồn tại ít nhất 2 số bằng nhau.	0,25



**ĐỀ ÔN TẬP SỐ 23**

**Câu 1.** (2,0 điểm) Cho biểu thức:  $P = \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} - \frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 2} + \frac{x - 6\sqrt{x} + 4}{x - 4}$  với  $x \geq 0, x \neq 4$ .

1. Rút gọn biểu thức P.
2. Tìm giá trị của P khi  $x = 9 + 4\sqrt{5}$ .

**Câu 2.** (1,5 điểm):

Cho phương trình:  $x^2 + 5x + m - 2 = 0$  (m là tham số).

1. Giải phương trình khi  $m = -12$ .
2. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thoả mãn:  

$$\frac{1}{x_1 - 1} + \frac{1}{x_2 - 1} = 2$$

**Câu 3.** (1,0 điểm)

Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích là  $168 \text{ m}^2$ . Nếu giảm chiều dài đi 1m và tăng chiều rộng thêm 1m thì mảnh vườn trở thành hình vuông. Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn.

**Câu 4.** (1,5 điểm) Cho parabol (P):  $y = \frac{1}{2}x^2$  và hai điểm A, B thuộc (P) có hoành độ lần lượt là -1; 2. Đường thẳng (d) có phương trình  $y = mx + n$ .

1. Tìm toạ độ hai điểm A, B. Tìm m, n biết (d) đi qua hai điểm A và B.
2. Tính độ dài đường cao OH của tam giác OAB. (điểm O là gốc toạ độ).

**Câu 5.** (3,5 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính  $AB = 2R$ . Điểm M di chuyển trên nửa đường tròn (M khác A và B). C là trung điểm của dây cung AM. Đường thẳng d là tiếp tuyến với nửa đường tròn tại B. Tia AM cắt d tại điểm N. Đường thẳng OC cắt d tại E.

1. Chứng minh: tứ giác OCNB nội tiếp.
2. Chứng minh:  $AC \cdot AN = AO \cdot AB$ .
3. Chứng minh: NO vuông góc với AE.
4. Tìm vị trí điểm M sao cho  $(2 \cdot AM + AN)$  nhỏ nhất.

**Câu 6.** (0,5 điểm): Cho ba số dương a, b, c thay đổi thoả mãn:  $a^2 + b^2 + c^2 = 3$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $P = 2(a + b + c) + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$

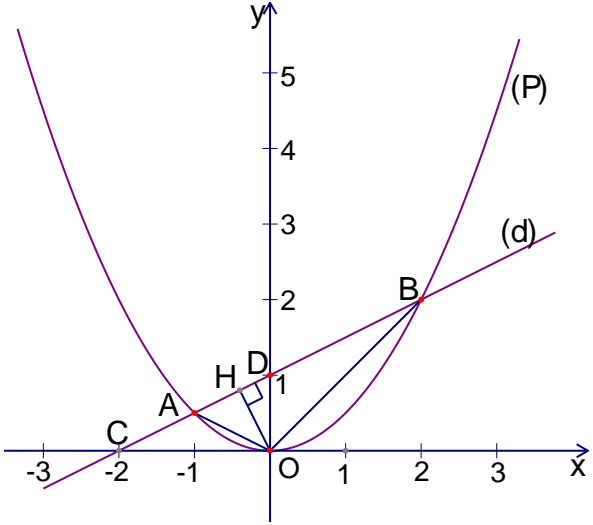
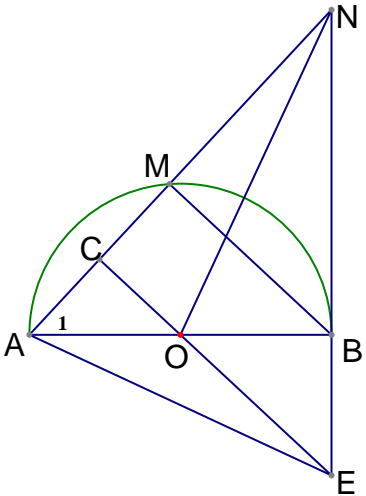
--- HẾT ---

**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM ĐỀ SỐ 23**

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
1	<p>Cho biểu thức: <math>P = \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} - \frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 2} + \frac{x - 6\sqrt{x} + 4}{x - 4}</math> với <math>x \geq 0, x \neq 4</math>.</p> <p>1. Rút gọn biểu thức P. 2. Tìm giá trị của P khi <math>x = 9 + 4\sqrt{5}</math>.</p>	2,0
	<p>a) Với <math>x \geq 0, x \neq 4</math>, ta có:</p> $= \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} - \frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 2} + \frac{x - 6\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$ $= \frac{(x + \sqrt{x})(\sqrt{x} + 2) - (2\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} - 2) + x - 6\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$ <hr/> $= \frac{x\sqrt{x} + 2x + x + 2\sqrt{x} - 2x + 4\sqrt{x} + \sqrt{x} - 2 + x - 6\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$ <hr/> $= \frac{x\sqrt{x} + 2x + \sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$ <hr/> $= \frac{x(\sqrt{x} + 2) + \sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{(x + 1)(\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$ <hr/> $= \frac{x + 1}{\sqrt{x} - 2}$ <p>Vậy với <math>x \geq 0, x \neq 4</math> thì <math>P = \frac{x + 1}{\sqrt{x} - 2}</math>.</p>	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
	<p>b) Ta có: <math>x = 9 + 4\sqrt{5} = (2 + \sqrt{5})^2</math> (thỏa mãn ĐKXD) <math>\Rightarrow \sqrt{x} = 2 + \sqrt{5}</math>.</p>	0,25
	<p>Khi đó: <math>P = \frac{9 + 4\sqrt{5} + 1}{2 + \sqrt{5} - 2} = \frac{10 + 4\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} + 4</math></p>	0,25
	<p>Vậy với <math>x = 9 + 4\sqrt{5}</math> thì <math>P = 2\sqrt{5} + 4</math>.</p>	0,25
2	<p>Cho phương trình: <math>x^2 + 5x + m - 2 = 0</math> (m là tham số).</p>	1,5

	<p>1. Giải phương trình khi <math>m = -12</math>.</p> <p>2. Tìm <math>m</math> để phương trình có hai nghiệm phân biệt <math>x_1, x_2</math> thoả mãn:  <math display="block">\frac{1}{x_1-1} + \frac{1}{x_2-1} = 2</math></p>	
	<p>a) Với <math>m = -12</math>, phương trình đã cho trở thành: <math>x^2 + 5x - 14 = 0</math></p>	0,25
	$\Delta = 5^2 + 4.14 = 81 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 9$	0,25
	$\Rightarrow \text{phương trình trên có hai nghiệm phân biệt: } x_1 = \frac{-5-9}{2} = -7; x_2 = \frac{-5+9}{2} = 2;$	0,25
	<p>Vậy với <math>m = -12</math>, phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt: <math>x_1 = -7; x_2 = 2</math>.</p>	0,25
	<p>b) Phương trình: <math>x^2 + 5x + m - 2 = 0</math> có nghiệm hai nghiệm phân biệt <math>x_1, x_2</math> khác 1</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 5^2 - 4(m-2) = 33 - 4m > 0 \\ 1^2 + 5.1 + m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{33}{4} \\ m \neq -4 \end{cases} \quad (*)$ <p>Theo định lí Viet, ta có: <math>\begin{cases} x_1 + x_2 = -5 \\ x_1 x_2 = m - 2 \end{cases}</math>.</p>	0,25
	<p>Từ giả thiết: <math>\frac{1}{x_1-1} + \frac{1}{x_2-1} = 2</math></p> $\Rightarrow x_2 - 1 + x_1 - 1 = 2(x_1 - 1)(x_2 - 1)$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2) - 2 = 2[x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1]$ $\Leftrightarrow -5 - 2 = 2(m - 2 + 5 + 1) \Leftrightarrow -7 = 2(m + 4) \Leftrightarrow m = \frac{-15}{2} \quad (\text{thoả mãn } (*)).$ <p>Vậy giá trị cần tìm là <math>m = \frac{-15}{2}</math>.</p>	0,25
3	<p>Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích là <math>168 \text{ m}^2</math>. Nếu giảm chiều dài đi 1m và tăng chiều rộng thêm 1m thì mảnh vườn trở thành hình vuông. Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn.</p>	1,0

	<p>Gọi chiều dài của mảnh vườn là <math>x</math> (m). ĐK: <math>x &gt; 1</math>.</p> <p>Thì chiều rộng của mảnh vườn là: <math>\frac{168}{x}</math> (m).</p>	0,25
	<p>Nếu giảm chiều dài đi 1m và tăng chiều rộng thêm 1m thì mảnh vườn có:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Chiều dài là <math>x - 1</math> (m).</li> <li>- Chiều rộng là <math>\frac{168}{x} + 1</math> (m).</li> </ul> <p>Vì mảnh vườn trở thành hình vuông nên ta có phương trình: <math>\frac{168}{x} + 1 = x - 1</math></p>	0,25
	<p><math>\Rightarrow 168 + x = x^2 - x \Leftrightarrow x^2 - 2x - 168 = 0 \Leftrightarrow (x - 14)(x + 12) = 0 \Leftrightarrow</math></p> <p><math>\left[ \begin{array}{l} x = 14 \text{ (thoả mãn)} \\ x = -12 \text{ (loại)} \end{array} \right.</math></p>	0,25
	<p>Vậy mảnh vườn có chiều dài là 14m, chiều rộng là <math>168:14 = 12</math>m.</p>	0,25
	<p>Cho parabol (P): <math>y = \frac{1}{2}x^2</math> và hai điểm A, B thuộc (P) có hoành độ lần lượt là -1; 2. Đường thẳng (d) có phương trình <math>y = mx + n</math>.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Tìm tọa độ hai điểm A, B. Tìm m, n biết (d) đi qua hai điểm A và B..</li> <li>2. Tính độ dài đường cao OH của tam giác OAB. (điểm O là gốc tọa độ).</li> </ol>	<b>1,5</b>
	<p>a) Ta có: <math>A(x_A; y_A) \in (P)</math> có hoành độ <math>x_A = -1 \Rightarrow y_A = \frac{1}{2} \cdot (-1)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow A(-1; \frac{1}{2})</math>.</p>	0,25
	<p><math>B(x_B; y_B) \in (P)</math> có hoành độ <math>x_B = 2 \Rightarrow y_B = \frac{1}{2} \cdot 2^2 = 2 \Rightarrow B(2; 2)</math>.</p>	0,25
	<p>Vì đường thẳng <math>y = mx + n</math> đi qua hai điểm <math>A(-1; \frac{1}{2})</math> và <math>B(2; 2)</math> nên ta có hệ:</p> $\begin{cases} -m + n = \frac{1}{2} \\ 2m + n = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m = \frac{3}{2} \\ 2m + n = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ 2 \cdot \frac{1}{2} + n = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ n = 1 \end{cases} .$	0,25

	<p>Vậy với <math>m = \frac{1}{2}</math>, <math>n = 1</math> thì (d) đi qua hai điểm <math>A(-1; \frac{1}{2})</math> và <math>B(2; 2)</math>.</p>	0,25
	<p>a) Vẽ (P) và (d) (với <math>m = \frac{1}{2}</math>, <math>n = 1</math>) trên cùng một hệ trục tọa độ như hình vẽ bên.</p> <p>Để thấy (d) cắt Ox tại <math>C(-2; 0)</math> và cắt Oy tại <math>D(0; 1) \Rightarrow OC = 2, OD = 1</math>.</p>	
	<p>Độ dài đường cao OH của <math>\Delta OAB</math> chính là độ dài đường cao OH của tam giác vuông OCD.</p> <p>Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông OCD, ta có:</p> $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{1} = \frac{5}{4}$ $\Rightarrow OH^2 = \frac{4}{5} \Rightarrow OH = \frac{2\sqrt{5}}{5} \text{ (đvđd)}.$ <p>Vậy <math>OH = \frac{2\sqrt{5}}{5}</math> (đvđd).</p>	0,25
<p><b>5</b></p>	<p>Cho nửa đường tròn tâm O đường kính <math>AB = 2R</math>. Điểm M di chuyển trên nửa đường tròn (M khác A và B). C là trung điểm của dây cung AM. Đường thẳng d là tiếp tuyến với nửa đường tròn tại B. Tia AM cắt d tại điểm N. Đường thẳng OC cắt d tại E.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Chứng minh: tứ giác OCNB nội tiếp.</li> <li>2. Chứng minh: <math>AC \cdot AN = AO \cdot AB</math>.</li> <li>3. Chứng minh: NO vuông góc với AE.</li> <li>4. Tìm vị trí điểm M sao cho <math>(2 \cdot AM + AN)</math> nhỏ nhất.</li> </ol>	



a) Phần đường kính OC đi qua trung điểm C của AM $\Rightarrow OC \perp AM \Rightarrow OCN = 90^\circ$ .	0,25
BN là tiếp tuyến của (O) tại B $\Rightarrow OB \perp BN \Rightarrow OBN = 90^\circ$ .	0,25
Xét tứ giác OCNB có tổng hai góc đối: $OCN + OBN = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$	0,25
Do đó tứ giác OCNB nội tiếp.	0,25
b) Xét $\Delta ACO$ và $\Delta ABN$ có: $\hat{A}_1$ chung; $\hat{ACO} = \hat{ABN} = 90^\circ$	0,25
$\Rightarrow \Delta ACO \sim \Delta ABN$ (g.g)	0,25
$\Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{AO}{AN}$	0,25
Do đó $AC \cdot AN = AO \cdot AB$ (đpcm).	0,25
c) Theo chứng minh trên, ta có:	0,25
$OC \perp AM \Rightarrow EC \perp AN \Rightarrow EC$ là đường cao của $\Delta ANE$ (1)	0,25
$OB \perp BN \Rightarrow AB \perp NE \Rightarrow AB$ là đường cao của $\Delta ANE$ (2)	0,25
Từ (1) và (2) suy ra O là trực tâm của $\Delta ANE$ (vì O là giao điểm của AB và EC).	0,25
$\Rightarrow NO$ là đường cao thứ ba của $\Delta ANE$ .	0,25
Do đó; $NO \perp AE$ (đpcm).	0,25
d) Ta có: $2 \cdot AM + AN = 4AC + AN$ (vì C là trung điểm của AM). $4AC \cdot AN = 4AO \cdot AB = 4R \cdot 2R = 8R^2$ Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương, ta có: $4AC + AN \geq 2\sqrt{4AC \cdot AN} = 2\sqrt{8R^2} = 4\sqrt{2}R$ $\Rightarrow$ Tổng $2 \cdot AM + AN$ nhỏ nhất $= 4\sqrt{2}R \Leftrightarrow 4AC = AN$	0,25
$\Leftrightarrow AN = 2AM \Leftrightarrow M$ là trung điểm của AN. $\Delta ABN$ vuông tại B có BM là đường trung tuyến nên $AM = MB$ $\Rightarrow AM = BM \Rightarrow M$ là điểm chính giữa nửa đường tròn đường kính AB.	0,25

	Vậy với M là điểm chính giữa nửa đường tròn đường kính AB thì $(2.AM + AN)$ nhỏ nhất $= 4\sqrt{2}R$ .	
	Cho ba số dương a, b, c thay đổi thoả mãn: $a^2 + b^2 + c^2 = 3$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = 2(a + b + c) + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$	<b>0,5</b>
	<p>Trước hết, ta chứng minh bất đẳng thức phụ sau:</p> <p>Với <math>0 &lt; x &lt; \sqrt{3}</math> thì <math>2x + \frac{1}{x} \geq 3 + \frac{1}{2}(x^2 - 1)</math> (1)</p> <p>Thật vậy, (1) <math>\Leftrightarrow 4x^2 + 2 \geq 6x + x^3 - x</math> (vì <math>x &gt; 0</math>) <math>\Leftrightarrow (x^3 - x) - (4x^2 - 6x + 2) \leq 0</math></p> <p><math>\Leftrightarrow (x - 1)(x^2 + x) - 2(x - 1)(2x - 1) \leq 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 - 3x + 2) \leq 0</math></p> <p><math>\Leftrightarrow (x - 1)^2(x - 2) \leq 0</math> (luôn đúng vì <math>(x - 1)^2 \geq 0, x - 2 &lt; 0</math> với <math>0 &lt; x &lt; \sqrt{3}</math>)</p> <p>Dấu bằng xảy ra <math>\Leftrightarrow x = 1</math>.</p>	
<b>5</b>	<p>Từ giả thiết: <math>a^2 + b^2 + c^2 = 3 \Rightarrow 0 &lt; a^2, b^2, c^2 &lt; 3 \Rightarrow 0 &lt; a, b, c &lt; \sqrt{3}</math></p> <p>Áp dụng bất đẳng thức (1), với <math>0 &lt; a, b, c &lt; \sqrt{3}</math>, ta có:</p> $2a + \frac{1}{a} \geq 3 + \frac{1}{2}(a^2 - 1) \quad (2)$ $2b + \frac{1}{b} \geq 3 + \frac{1}{2}(b^2 - 1) \quad (3)$ $2c + \frac{1}{c} \geq 3 + \frac{1}{2}(c^2 - 1) \quad (4)$ <p>Cộng (1), (2) và (3) về theo về, ta được:</p> $P \geq 9 + \frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2 - 3) = 9 \quad (\text{vì } a^2 + b^2 + c^2 = 3)$ <p>Dấu “=” xảy ra khi <math>a = b = c = 1</math>.</p> <p>Vậy <math>P_{\min} = 9 \Leftrightarrow a = b = c = 1</math>.</p>	

**ĐỀ ÔN TẬP SỐ 24**

**Câu 1 (2,0 điểm)**

a) Giải phương trình :  $x + 2015 = 2016$

b) Trong các hình sau, hình nào nội tiếp đường tròn: Hình vuông; hình chữ nhật; hình thang cân; hình thang vuông.

**Câu 2** (2,0 điểm) Cho hệ phương trình: 
$$\begin{cases} (m-2)x - 3y = -5 & \text{(I)} \\ x + my = 3 \end{cases}$$
 (với  $m$  là tham số)

a) Giải hệ phương trình (I) với  $m=1$ .

b) Chứng minh hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất với mọi  $m$ . Tìm nghiệm duy nhất đó theo  $m$ .

**Câu 3** (2,0 điểm) Cho Parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d) có phương trình:  $y = 2(m+1)x - 3m + 2$ .

a) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) với  $m=3$ .

b) Chứng minh (P) và (d) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt  $A, B$  với mọi  $m$ .

c) Gọi  $x_1, x_2$  là hoành độ giao điểm  $A, B$ . Tìm  $m$  để  $x_1^2 + x_2^2 = 20$ .

**Câu 4** (3,0 điểm)

Cho đường tròn  $(O; R)$  dây  $DE < 2R$ . Trên tia đối  $DE$  lấy điểm  $A$ , qua  $A$  kẻ hai tiếp tuyến  $AB$  và  $AC$  với đường tròn  $(O)$ , ( $B, C$  là tiếp điểm). Gọi  $H$  là trung điểm  $DE$ ,  $K$  là giao điểm của  $BC$  và  $DE$ .

a) Chứng minh tứ giác  $ABOC$  nội tiếp.

b) Gọi  $(I)$  là đường tròn ngoại tiếp tứ giác  $ABOC$ . Chứng minh rằng  $H$  thuộc đường tròn  $(I)$  và  $HA$  là phân giác  $BHC$ .

c) Chứng minh rằng:  $\frac{2}{AK} = \frac{1}{AD} + \frac{1}{AE}$ .

**Câu 5** (1,0 điểm) Cho ba số thực dương  $a, b, c$  thỏa mãn:

$$7\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) = 6\left(\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca}\right) + 2015.$$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{1}{\sqrt{3(2a^2 + b^2)}} + \frac{1}{\sqrt{3(2b^2 + c^2)}} + \frac{1}{\sqrt{3(2c^2 + a^2)}}.$$

----- HẾT -----

**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM ĐỀ SỐ 24**

<b>Câu 1 (2 điểm)</b>	
a) Giải phương trình : $x + 2015 = 2016$	
b) Trong các hình sau, hình nào nội tiếp đường tròn: Hình vuông; hình chữ nhật; hình thang cân; hình thang vuông.	
<b>Nội dung</b>	<b>Điểm</b>
<b>a) (0,5 điểm)</b> $x + 2015 = 2016 \Leftrightarrow x = 2016 - 2015$	<b>0,25</b>
$\Leftrightarrow x = 1$ Vậy phương trình có nghiệm $x=1$	<b>0,25</b>
<b>b) (1,5 điểm)</b> Hình vuông	<b>0,5</b>
Hình chữ nhật	<b>0,5</b>
Hình thang cân	<b>0,5</b>
<b>Chú ý:</b> Nếu học sinh trả lời cả 4 đáp án đúng thì trừ 0,25 điểm	
<b>Câu 2 (2,0 điểm)</b>	
Cho hệ phương trình: $\begin{cases} (m-2)x - 3y = -5 \\ x + my = 3 \end{cases}$ (I) ( với $m$ là tham số)	
a) Giải hệ phương trình (I) với $m=1$ .	
b) Chứng minh hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất với mọi $m$ . Tìm nghiệm duy nhất	
<b>a) (1 điểm)</b> Thay $m=1$ ta có hệ phương trình: $\begin{cases} -x - 3y = -5 \\ x + y = 3 \end{cases}$	<b>0,25</b>
$\Leftrightarrow \begin{cases} -2y = -2 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 3 - y \end{cases}$	<b>0,25</b>
$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 3 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases}$	<b>0,25</b>
Vậy với $m=1$ hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $(x;y) = (2; 1)$	<b>0,25</b>

<p><b>b) (1,0 điểm)</b></p> $\begin{cases} (m-2)x - 3y = -5 \\ x + my = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-2)(3-my) - 3y = -5 \\ x = 3-my \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m - m^2y - 6 + 2my - 3y = -5 \\ x = 3-my \end{cases}$	<b>0,25</b>
$\Leftrightarrow \begin{cases} (m^2 - 2m + 3)y = 3m - 1 & (1) \\ x = 3 - my & (2) \end{cases}$	<b>0,25</b>
<p>Ta có <math>m^2 - 2m + 3 = (m-1)^2 + 2 &gt; 0 \forall m</math> nên PT (1) có nghiệm duy nhất <math>\forall m</math>.</p> <p>Suy ra hệ phương trình có nghiệm duy nhất <math>\forall m</math></p>	<b>0,25</b>
<p>Từ (1) ta có <math>y = \frac{3m-1}{m^2-2m+3}</math> thay vào (2) ta có <math>x = \frac{9-5m}{m^2-2m+3}</math></p>	<b>0,25</b>
<p><b>Câu 3 (2 điểm)</b></p> <p>Cho Parabol (P) <math>y = x^2</math> và đường thẳng (d) có phương trình <math>y = 2(m+1)x - 3m + 2</math>.</p> <p>a) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) với <math>m=3</math>.</p> <p>b) Chứng minh (P) và (d) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B với mọi <math>m</math>.</p> <p>c) Gọi <math>x_1; x_2</math> là hoành độ giao điểm A, B. Tìm <math>m</math> để <math>x_1^2 + x_2^2 = 20</math>.</p>	
<p><b>a) (1 điểm)</b></p> <p>Thay <math>m=3</math> ta có (d): <math>y = 8x - 7</math></p>	<b>0,25</b>
<p>Phương trình hoành độ giao điểm (P) và (d) khi <math>m=3</math> là: <math>x^2 = 8x - 7 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 7 = 0</math></p>	<b>0,25</b>
<p>Giải phương trình: <math>x_1 = 1; x_2 = 7</math></p>	<b>0,25</b>
<p>Tọa độ giao điểm (P) và (d) là (1;1); (7; 49)</p>	<b>0,25</b>
<p><b>b) (0,5 điểm)</b></p> <p>Xét phương trình hoành độ giao điểm (P) và (d): <math>x^2 - 2(m+1)x + 3m - 2 = 0</math> (1)</p>	<b>0,25</b>
$\Delta' = m^2 + 2m + 1 - 3m + 2 = m^2 - m + 3 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} > 0 \forall m$ <p>Nên phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt <math>\forall m</math>. Suy ra (P) và (d) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B với mọi <math>m</math></p>	<b>0,25</b>
<p><b>c) (0,5 điểm)</b></p>	<b>0,25</b>

Ta có  $x_1; x_2$  là nghiệm phương trình (1) vì  $\Delta' > 0 \forall m$  theo Viet ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 2 \\ x_1 x_2 = 3m - 2 \end{cases}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 20 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 20$$

Thay hệ thức Viet ta có:

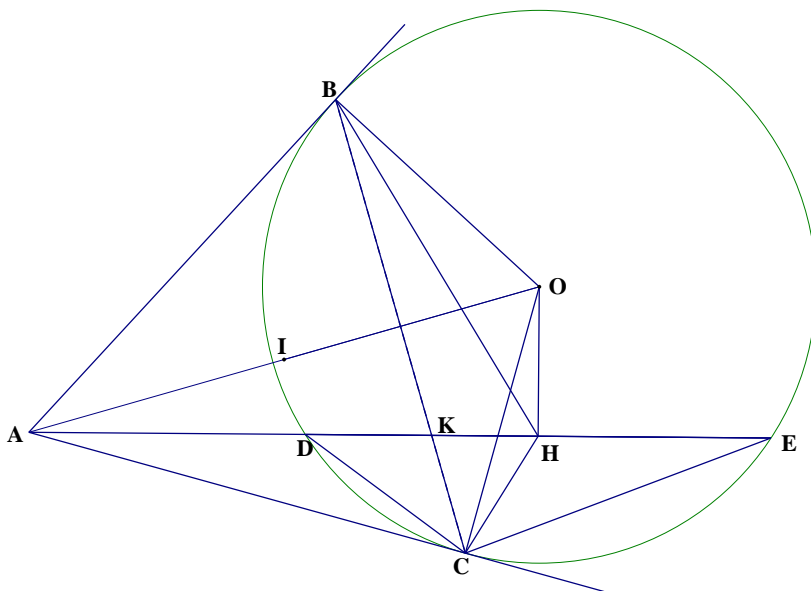
$$(2m + 2)^2 - 2(3m - 2) = 20 \Leftrightarrow 2m^2 + m - 6 = 0 \Leftrightarrow (m - 2)(2m + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

0,25

**Câu 4 (3 điểm)**

Cho đường tròn  $(O; R)$  dây  $DE < 2R$ . Trên tia đối  $DE$  lấy điểm  $A$ , qua  $A$  kẻ hai tiếp tuyến  $AB$  và  $AC$  với đường tròn  $(O)$ , ( $B, C$  là tiếp điểm). Gọi  $H$  là trung điểm  $DE$ ,  $K$  là giao điểm của  $BC$  và  $DE$ .

- Chứng minh tứ giác  $ABOC$  nội tiếp.
- Gọi  $(I)$  là đường tròn ngoại tiếp tứ giác  $ABOC$ . Chứng minh rằng  $H$  thuộc đường tròn  $(I)$  và  $HA$  là phân giác  $BHC$ .
- Chứng minh rằng:  $\frac{2}{AK} = \frac{1}{AD} + \frac{1}{AE}$ .



**a) (1 điểm)**

Chứng minh tứ giác  $ABOC$  nội tiếp

0,5

Ta có: $ABO = ACO = 90^0$ (gt) suy ra $ABO + ACO = 180^0$	
Nên tứ giác ABOC nội tiếp ( theo định lý đảo)	0,5
<p><b>b) (1,5 điểm)</b></p> <p>Gọi đường tròn (I) ngoại tiếp tứ giác ABOC. Chứng minh rằng H thuộc đường tròn (I) và HA là phân giác BHC</p> <p>Ta có <math>ABO = ACO = 90^0</math> nên tâm I của đường tròn ngoại tiếp tứ giác ABOC là trung điểm của AO.</p>	0,5
Vì $AHO = 90^0$ nên H thuộc đường tròn (I)	0,25
Theo tính chất tiếp tuyến giao nhau thì $AB = AC \Rightarrow AB = AC$	0,5
<p>Ta có: <math>AHB = AHC</math> ( hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)</p> <p>Hay HA là phân giác góc BHC</p>	0,25
<p><b>c) (0,5 điểm)</b></p> <p>Chứng minh rằng: <math>\frac{2}{AK} = \frac{1}{AD} + \frac{1}{AE}</math></p> <p>Xét tam giác <math>\triangle ACD</math> và <math>\triangle AEC</math> có <math>CAD = EAC</math> (chung); <math>ACD = AEC = \frac{1}{2} sđ DC</math></p> <p>Nên <math>\triangle ACD</math> đồng dạng <math>\triangle AEC</math> (g.g) suy ra: <math>\frac{AC}{AE} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AC^2 = AD.AE</math> (1)</p>	0,25
<p>Xét tam giác <math>\triangle ACK</math> và <math>\triangle AHC</math> có <math>CAK = HAC</math> (chung); <math>ACK = CHA (= AHB)</math></p> <p>Nên <math>\triangle ACK</math> đồng dạng <math>\triangle AHC</math> (g.g) suy ra: <math>\frac{AC}{AH} = \frac{AK}{AC} \Rightarrow AC^2 = AH.AK</math> (2)</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra:</p> $AD.AE = AK.AH = \frac{1}{2} AK(AH + AH) = \frac{1}{2} AK(AD + DH + AE - EH)$ $\Leftrightarrow 2AD.AE = AK(AD + AE) \Leftrightarrow \frac{2}{AK} = \frac{1}{AD} + \frac{1}{AE}$	0,25

**Câu 5 (1 điểm)**

Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn:

$$7\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) = 6\left(\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca}\right) + 2015.$$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{1}{\sqrt{3(2a^2 + b^2)}} + \frac{1}{\sqrt{3(2b^2 + c^2)}} + \frac{1}{\sqrt{3(2c^2 + a^2)}}$$

**Ghi chú:** Ta có  $(A - B)^2 \geq 0 \Leftrightarrow A^2 + B^2 \geq 2AB; B^2 + C^2 \geq 2BC; A^2 + C^2 \geq 2AC$

nên  $2(AB + BC + CA) \leq 2(A^2 + B^2 + C^2) (*) \Rightarrow AB + BC + CA \leq A^2 + B^2 + C^2 (I)$

Từ (\*) suy ra:  $(A^2 + B^2 + C^2) + 2(AB + BC + CA) \leq 2(A^2 + B^2 + C^2) + (A^2 + B^2 + C^2)$

$\Leftrightarrow (A + B + C)^2 \leq 3(A^2 + B^2 + C^2) (II)$ . Ta có với  $A, B, C > 0$

$$(A + B + C)\left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C}\right) = \left(\frac{A}{B} + \frac{B}{A}\right) + \left(\frac{B}{C} + \frac{C}{B}\right) + \left(\frac{C}{A} + \frac{A}{C}\right) + 3 \geq 9 \Leftrightarrow \frac{1}{A + B + C} \leq \frac{1}{9}\left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C}\right) (III)$$

Bất đẳng thức (I), (II), (III) xảy ra dấu "=" khi  $A = B = C$ .

Áp dụng Bất đẳng thức: (I) ta có

$$7\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) = 6\left(\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca}\right) + 2015 \leq 6\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) + 2015$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \leq 2015$$

$$\text{Áp dụng (II) ta có } \frac{1}{3}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)^2 \leq \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \leq 2015 \Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \leq \sqrt{6045}$$

0,25

Ta lại có:

$$\sqrt{3(2a^2 + b^2)} = \sqrt{3(a^2 + a^2 + b^2)} \geq \sqrt{(a + a + b)^2} = 2a + b; (1);$$

$$\sqrt{3(2b^2 + c^2)} \geq 2b + c; (2); \sqrt{3(2c^2 + a^2)} \geq 2c + a; (3)$$

0,25

$$\text{Từ (1);(2);(3) ta có: } P \leq \frac{1}{2a + b} + \frac{1}{2b + c} + \frac{1}{2c + a}$$



Áp dụng (III)

$$\frac{1}{2a+b} = \frac{1}{a+a+b} \leq \frac{1}{9} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) = \frac{1}{9} \left( \frac{2}{a} + \frac{1}{b} \right); \frac{1}{2b+c} \leq \frac{1}{9} \left( \frac{2}{b} + \frac{1}{c} \right); \frac{1}{2c+a} \leq \frac{1}{9} \left( \frac{2}{c} + \frac{1}{a} \right)$$

**0,25**

$$\text{nên } P \leq \frac{1}{2a+b} + \frac{1}{2b+c} + \frac{1}{2c+a} \leq \frac{1}{3} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \leq \frac{\sqrt{6045}}{3}$$

Vậy giá trị lớn nhất của  $P = \frac{\sqrt{6045}}{3}$  khi

$$\begin{cases} 7 \left( \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) = 6 \left( \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} \right) + 2015 = 6 \left( \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) + 2015 \\ \frac{1}{a} = \frac{1}{b} = \frac{1}{c}; \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \sqrt{6045}; a = b = c > 0 \end{cases}$$

**0,25**

$$\Leftrightarrow a = b = c = \frac{3}{\sqrt{6045}} = \frac{\sqrt{6045}}{2015}$$

**ĐỀ ÔN TẬP SỐ 25**

**Bài I (2 điểm)** Cho  $A = \frac{2\sqrt{x} + 1}{3\sqrt{x} + 1}$  và  $B = \left( \frac{1}{\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x}}{x - 1} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - 1 \right)$  (Với  $x \geq 0$ ;  $x \neq 1$ )

a) Tính giá trị của A biết  $x = \frac{4}{\sqrt{3} - 1} - \frac{4}{\sqrt{3} + 1}$

b) Rút gọn biểu thức B                      c) So sánh  $\frac{B}{A}$  và 3

**Bài II (2 điểm)**     *Giải bài toán bằng cách lập phương trình:*

Một tổ sản xuất phải làm 600 sản phẩm trong một thời gian quy định với năng suất quy định. Sau khi làm xong 400 sản phẩm, tổ sản xuất đã tăng năng suất lao động, mỗi ngày làm tăng thêm 10 sản phẩm so với quy định. Vì vậy mà công việc được hoàn thành sớm hơn quy định một ngày. Tính xem, theo quy định mỗi ngày tổ sản xuất phải làm bao nhiêu sản phẩm.

**Bài III (2 điểm)**

1. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} (x - 3)(y - 3) = xy - 3 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$$

2. Cho (P):  $y = x^2$  và d:  $y = 2mx - 2m + 1$

a) Tìm tọa độ giao điểm của d và (P) khi  $m = 2$ .

b) Tìm m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt  $H(x_1; y_1); K(x_2; y_2)$  sao cho  $y_1 + y_2 = 10$

**Bài IV (3,5 điểm)** Cho nửa (O;R) đường kính AB. Kẻ hai tiếp tuyến Ax, By với nửa đường tròn (Ax, By thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn). M là điểm bất kì thuộc nửa đường tròn. Tiếp tuyến của nửa đường tròn tại M cắt Ax, By lần lượt tại C và D. Nối MA cắt OC tại E. Nối MB cắt OD tại F.

a) Chứng minh bốn điểm O, A, C, M cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh tứ giác OEMF là hình chữ nhật.

c) Giả sử  $AC = R\sqrt{3}$ . Tính độ dài cung MB.

d) Kẻ  $MH \perp AB$ ; BC cắt MH tại điểm I. Chứng minh I là trung điểm của MH.

**Bài V (0,5 điểm)** Giải phương trình:  $x + 3 = \sqrt{x - 1} + 2\sqrt{x + 2}$

**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM ĐỀ SỐ 25**

BÀI	ĐÁP ÁN	BIỂU ĐIỂM
I	<p>a) <math>x = \frac{4}{\sqrt{3}-1} - \frac{4}{\sqrt{3}+1} = 4</math> (tmdk)</p> <p><math>A = \frac{2\sqrt{4}+1}{3\sqrt{4}+1} = \frac{5}{7}</math></p>	0,25  0,25
	<p><math>B = \left( \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - 1 \right)</math></p> <p><math>B = \frac{\sqrt{x}+1+\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} : \frac{\sqrt{x}-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}</math></p> <p>b)</p> <p><math>B = \frac{2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{1}</math></p> <p><math>B = \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}</math></p>	0,5  0,25  0,25
	<p>c) So sánh...</p> <p><math>\frac{B}{A} = \frac{3\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}</math></p> <p>Xét <math>\frac{B}{A} - 3 = \frac{3\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} - 3 = \frac{-2}{\sqrt{x}+1}</math></p> <p>Ta có <math>x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x}+1 &gt; 0 \Rightarrow \frac{B}{A} - 3 = \frac{-2}{\sqrt{x}+1} &lt; 0 \Leftrightarrow \frac{B}{A} &lt; 3 \quad \forall x \quad \text{tmdkxd}</math></p>	0,25  0,25
II	<p>Gọi số sản phẩm tổ sản xuất phải làm mỗi ngày theo quy định là <math>x</math> (<math>x \in \mathbb{N}</math>; sản phẩm)</p> <p>*) Theo kế hoạch:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Số sp phải làm là 600 (sản phẩm)</li> <li>- Thời gian hoàn thành là <math>\frac{600}{x}</math> (sp)</li> </ul> <p>*) Thực tế:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Thời gian làm 400 sp đầu tiên là <math>\frac{400}{x}</math> (sp)</li> <li>- Năng suất làm 200 sp còn lại là <math>x+10</math> (sp/ngày)</li> <li>- Thời gian làm 200 sp còn lại là <math>\frac{200}{x+10}</math> (ngày)</li> </ul> <p>*) Vì thời gian thực tế ít hơn dự định 1 ngày nên ta có pt:</p> <p><math>\frac{600}{x} - \left( \frac{400}{x} + \frac{200}{x+10} \right) = 1</math></p> <p><math>\Leftrightarrow x^2 + 10x - 2000 = 0</math></p> <p><math>x = 40</math>(tmdk); <math>x = -50</math>(loại)</p> <p>Vậy theo quy định mỗi ngày tổ sản xuất phải làm 40 sản phẩm.</p>	0,25  0,25  0,25  0,25  0,25  0,25
III	<p>1. Giải hệ phương trình: <math>\begin{cases} (x-3)(y-3) = xy-3 \\ 2x-y=2 \end{cases}</math></p>	

	<p>HPT <math>\Leftrightarrow \begin{cases} xy - 3x - 3y + 9 = xy - 3 \\ 2x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x - 3y = -12 \\ 2x - y = 2 \end{cases}</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}</math></p> <p>Vậy hpt có nghiệm duy nhất (2;2)</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p>
	<p>2. Cho (P): <math>y = x^2</math> và d: <math>y = 2mx - 2m + 1</math></p> <p>a) Tìm tọa độ giao điểm của d và (P) khi <math>m = 2</math>.          Khi <math>m = 2</math>, ta có phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là:  <math>x^2 - 4x + 3 = 0</math>          Gpt ta được: <math>x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = 1 \Rightarrow A(1;1)</math>  <math>x_2 = 3 \Rightarrow y_2 = 9 \Rightarrow B(3;9)</math></p> <p>b) Xét pt hoành độ giao điểm của d và (P):  <math>x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0</math> (*)          *) d cắt (P) tại hai điểm phân biệt <math>\Leftrightarrow</math> (*) có 2 nghiệm pb <math>\Leftrightarrow m \neq 1</math>          *) <math>y_1 + y_2 = 10 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 = 10 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 - 10 = 0</math> (**)</p> <p>Áp dụng hệ thức Vi-et cho pt (*) ta có <math>\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = 2m - 1 \end{cases}</math></p> <p>(**) <math>\Leftrightarrow 4m^2 - 4m - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}</math> (tmdk)</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>IV</p>		
	<p>a) Chứng minh bốn điểm O, A, C, M cùng thuộc một đường tròn.          +) góc <math>OAC +</math> góc <math>OMC = 180^\circ</math>          +) Hai góc này đối nhau  <math>\Rightarrow</math> Tứ giác OACM là tgnt  <math>\Rightarrow</math> bốn điểm O, A, C, M cùng thuộc một đường tròn.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p>b) Chứng minh tứ giác OEMF là hình chữ nhật.</p>	

	<p>+) góc <math>EMF=90^0</math>                  +) góc <math>MEO = 90^0</math>                  +) góc <math>MFO = 90^0</math>  <math>\Rightarrow</math> tứ giác OEMF là hình chữ nhật.</p>	<p>0,25                  0,25                  0,25                  0,25</p>
	<p>c) Giả sử <math>AC = R\sqrt{3}</math>. Tính độ dài cung MB.                  +) Ta có <math>\tan AOC = \frac{AC}{AO} = \frac{R\sqrt{3}}{R} = \sqrt{3} \Rightarrow</math> góc <math>AOC = 60^0</math>.                  +) góc <math>MOB=60^0</math>                  +) <math>l_{MB} = \frac{2\pi R}{360} \cdot 60 = \frac{\pi R}{3}</math></p>	<p>0,5                  0,25                  0,25</p>
	<p>d) Kẻ <math>MH \perp AB</math>; BC cắt MH tại điểm I. Chứng minh I là trung điểm của MH.                  Tia BM cắt tia AC tại K.                  +) Chứng minh C là trung điểm AK. (1)                  +) Chứng minh: <math>\frac{MI}{CK} = \frac{BI}{BC}; \frac{IH}{CA} = \frac{BI}{BC}</math>  <math>\Rightarrow \frac{MI}{CK} = \frac{IH}{CA}</math> (2)                  Từ (1) và (2) ta có <math>MI=IH</math> nên I là trung điểm MH</p>	<p>0,25                  0,25</p>
V	<p>Giải phương trình: <math>x + 3 = \sqrt{x-1} + 2\sqrt{x+2}</math>                  ĐK: <math>x \geq 1</math>.  <math>(\sqrt{x-1}-1)^2 + (\sqrt{x+2}-2)^2 = 0</math>                  Pt <math>\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1}-1=0 \\ \sqrt{x+2}-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2(\text{tmdk})</math></p>	<p>0,25                  0,25</p>

### III. KẾT LUẬN VÀ KHUYẾN NGHỊ

- **“Bộ đề ôn thi vào lớp 10 môn Toán”** đã được sử dụng trong giảng dạy ôn thi vào lớp 10 cho học sinh lớp 9 trong các năm học 2013-2014; 2014-2015; 2015- 2016. Học sinh rất hứng thú với bộ đề vì các yếu tố: tính tổng hợp của đề thi, cấu trúc sát với đề thi vào lớp 10 Hà Nội, tính phân loại cao. Kết quả hàng năm cho thấy: điểm số của học sinh tốt dần lên theo từng năm, năm sau cao hơn năm trước; đa số học sinh đỗ vào các trường công lập theo khả năng của mình.

- **“Bộ đề ôn thi vào lớp 10 môn Toán”** có thể sử dụng theo nhiều mục đích khác nhau tùy đối tượng. Với học sinh học trực tiếp trên lớp hoặc học sinh tự ôn tập: đây là tài liệu mang tính định hướng, giúp học sinh củng cố kiến thức và ôn tập cho kỳ thi vào lớp 10 Thành phố Hà Nội. Sau mỗi đề thi, giáo viên phát đáp án, biểu điểm cho các em, giúp các em tự đánh giá được khả năng của mình, sửa lỗi sai, củng cố kiến thức. Đối với các bạn đồng nghiệp: đây là tài liệu tham khảo hữu ích, là ngân hàng đề, sử dụng hiệu quả trong quá trình giảng dạy.

- Chắc chắn rằng **“Bộ đề ôn thi vào lớp 10 môn Toán”** không tránh khỏi những thiếu sót. Rất mong sự đóng góp của quý vị và các bạn.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Sách giáo khoa Toán 9 tập 1, tập 2 – NXB GD VN
2. Hà Văn Chương - 838 bài toán bất đẳng thức – NXB ĐHQG TPHCM.
3. Nguyễn Đức Tân – Chuyên đề bất đẳng thức và ứng dụng trong đại số (THCS) – NXB Giáo dục
4. Trần Phương – Những sai lầm thường gặp khi giải toán.
5. Nguyễn Vũ Thanh – Chuyên đề bồi dưỡng học sinh giỏi toán THCS : Đại Số - NXB Giáo dục.
6. Phạm Quốc Phong – Nâng cao đại số - NXB Giáo dục.
7. Nguyễn Văn Mậu -Giải phương trình vô tỉ bằng phương pháp không mẫu mực – NXB Giáo dục.