A-ĐẶT VẤN ĐỀ

I. LÝ DO CHỌN ĐỀ TÀI

1. Cơ sở lý luận.

Ở trường THCS, dạy học Toán là hoạt động Toán học. Đối với học sinh có thể xem việc giải toán là hình thức chủ yếu của hoạt động Toán học. Các bài toán là phương tiện rất có hiệu quả trong việc giúp học sinh nắm vững tri thức đồng thời phát triển tư duy và hình thành kỹ năng ứng dụng toán học vào thực tiễn. Tổ chức có hiệu quả việc hướng dẫn học sinh giải các bài tập Toán có ý nghĩa quyết định tới chất lượng dạy và học Toán. Để làm được điều đó thì trong dạy học Toán, đặc biệt là dạy giải bài tập toán thì người thầy giáo cần quan tâm tới việc phát triển năng lực thực hiện các thao tác tư duy: phân tích, tổng hợp, so sánh, khái quát hóa, đặc biệt hóa, trừu tượng hóa, cụ thể hóa và các năng lực nhìn nhận các vấn đề Toán học trong nhiều góc độ khác nhau, đề xuất các hướng giải quyết vấn đề trên cơ sở các góc độ nhìn nhận đó.

Tôi cho rằng hệ thống kiến thức trong sách giáo khoa là nguồn quan trọng cần được khai thác để làm tốt nhiệm vụ phát triển năng lực toán học như đã nêu ở trên cho học sinh.

2 Cơ sở thực tiễn.

Trong những năm gần đây chất lượng giáo dục của trường tôi đang công tác tăng lên rõ rệt: Sĩ số học sinh tăng nhanh, tỷ lệ % thi đỗ vào lớp 10 THPT công lập đạt 80% – 85%, đội tuyển thi học sinh giỏi cấp quận, cấp thành phố đứng tốp 3 toàn quận. Là giáo viên trực tiếp giảng dạy môn Toán lớp 7 theo chương trình sách giáo khoa mới nhiều năm liên tục, do đó tôi có nhiều thời gian để tiếp cận với nội dung, chương trình môn Toán lớp 7. Qua nghiên cứu hệ thống kiến thức trong sách giáo khoa Toán lớp 7 và thực tiễn giảng dạy, tôi thấy cuốn sách giáo khoa Toán 7 được biên soạn khá công phu, sắp xếp hệ thống kiến thức khoa học. Hệ thống bài tập đa dạng kích thích được tính tìm tòi sáng tạo của học sinh nhất là học sinh khá giỏi. Đặc biệt các bài tập thường đơn giản, nhưng nghiên cứu kỹ sẽ thấy trong đó chứa đựng rất nhiều điều thú vị và bổ ích. Do vậy trong quá trình dạy giải bài tập toán cho học sinh tôi luôn chú trọng tới việc hướng dẫn học sinh khai thác, phát triển các bài toán trong sách giáo khoa và coi đây là một biện pháp quan trọng và hiệu quả trong việc rèn luyện năng lực tư duy sáng tạo cho học sinh. Qua 2 năm áp dụng sáng kiến kinh nghiệm trên vào giảng dạy tôi thấy nhiều định lý, tính chất toán học và các bài tập trong sách giáo khoa lớp 7 đã được học sinh tìm tòi giải được bằng nhiều cách khác nhau hoặc khai thác phát triển thành những bài toán mới hay hơn, khó hơn, tổng quát hơn tạo được hứng thú học tập cho học sinh, ***"Thầy đố trò, trò đố thầy"*** say mê, sôi nổi . Bằng cách làm đó đã giúp tôi đạt được những kết quả nhất định trong việc nâng cao chất lượng giảng dạy môn Toán, đặc biệt là chất lượng bồi dưỡng học sinh giỏi.

Chính vì những lí do trên, tôi viết sáng kiến kinh nghiệm với đề tài: ***"Rèn luyện năng lực tư duy, sáng tạo cho học sinh qua việc hướng dẫn khai thác và phát triển các bài toán trong sách giáo khoa Toán 7"***. Do khuôn khổ của đề đề tài, phần ví dụ chỉ nêu ra một số bài toán tiêu biểu trong hệ thống các bài toán đã được học sinh khai thác, phát triển.

II. MỤC ĐÍCH NGHIÊN CỨU.

Mục đích nghiên cứu là tạo ra sự hứng thú, say mê trong quá trình giảng dạy của thầy, học tập của trò. Kích thích, phát triển năng lực tư duy, sáng tạo, chủ động của học sinh qua quá trình học tập. Nhằm nâng cao chất lượng dạy và học môn Toán, đặc biệt là chất lượng bồi dưỡng học sinh giỏi.

III. ĐỐI TƯỢNG NGHIÊN CỨU.

Đối tượng nghiên cứu là: Khai thác và phát triển các bài toán trong sách giáo khoa Toán lớp 7.

IV. ĐỐI TƯỢNG KHẢO SÁT, THỰC NGHIỆM.

Đối tượng khảo sát, thực nghiệm là học sinh lớp 7D năm học 2014 – 2015 và năm học 2016 – 2017 của trường THCS nơi tôi đang giảng dạy.

V. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU.

Sử dụng các phương pháp nghiên cứu bao gồm:

- Phương pháp quan sát;
- Phương pháp đàm thoại;
- Phương pháp phân tích;
- Phương pháp tổng hợp;
- Phương pháp khái quát hóa;
- Phương pháp khảo sát, thực nghiệm.

VI. PHẠM VI & KẾ HOẠCH NGHIÊN CỨU CỦA ĐỀ TÀI

1. Phạm vi nghiên cứu của đề tài: Chương trình sách giáo khoa Toán 7.

2.Thời gian thực hiện: Thực hiện trong năm học 2014 – 2015 và năm học 2016-2017.

B- NỘI DUNG ĐỀ TÀI

Đề tài **"Rèn luyện năng lực tư duy, sáng tạo cho học sinh qua việc hướng dẫn học sinh khai thác và phát triển các bài toán trong sách giáo khoa Toán 7"** nghiên cứu và đưa ra 3 hướng khai thác, phát triển các bài toán theo cấp độ tăng dần của tư duy:

1. Hướng dẫn học sinh giải bài toán bằng nhiều cách khác nhau;

2. Khai thác & phát triển bài toán đã cho thành những bài toán mới;

3. Hướng dẫn học sinh xây dựng bài toán tổng quát từ bài toán cụ thể.

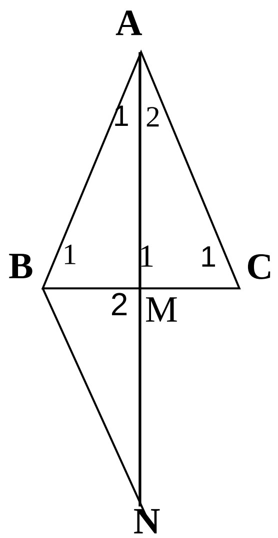
I. HƯỚNG DẪN HỌC SINH GIẢI BÀI TOÁN BẰNG NHIỀU CÁCH KHÁC NHAU.

Ví dụ 1:

Bài toán 1: Chứng minh định lý: Nếu tam giác có một đường trung tuyến đồng thời là đường phân giác thì tam giác đó là tam giác cân.

(Bài số 42 trang 73 SGK Toán 7 tập 2).

Lời giải



Cách 1:

Trên tia đối của tia MA lấy điểm N sao cho MN = MA

Xét Δ MAC và Δ MNB có :

MB = MC (gt);

$\widehat{M_1} = \widehat{M_2}$(đối đỉnh)

MA = MN (cách vẽ)

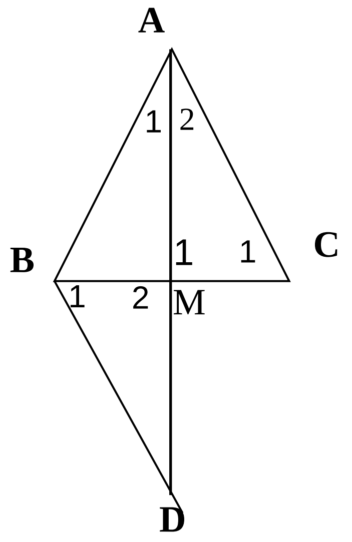
=> Δ MAC =Δ MNB(c.g.c)

=>AC = BN (1)

Và $\widehat{A_2} = \widehat{N}$ mà $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ (gt) => $\widehat{A_1} = \widehat{N}$

=> Δ BAN cân tại B => BA= BN (2)
Từ (1) và (2) => AB = AC

=> Δ ABC cân tại A



<u>Cách 2:</u>

Qua B kẻ đường thẳng song song với AC cắt tia AM tại D.

Xét Δ MBD và Δ MCA có

$\widehat{B_1} = \widehat{C_1}$ (so le trong), MB = MC(gt); $\widehat{M_1} = \widehat{M_2}$ (đối đỉnh)

=> Δ MBD = Δ MCA(g.c.g)

=> BD = AC (1)

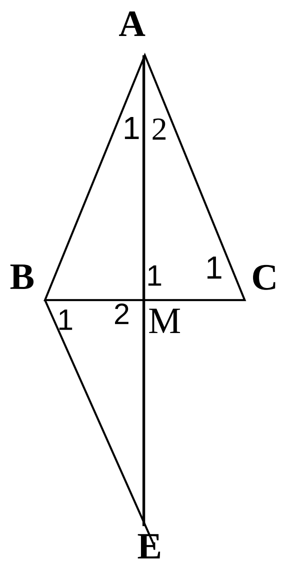
Mặt khác $\widehat{D} = \widehat{A_2}$ (so le trong)

Mà $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ (gt) =>$\widehat{A_1} = \widehat{D}$

=>Δ BAD cân tại B => AB=BD (2)

Từ (1) và (2) =>AB=AC

=> Δ ABC cân tại A



<u>Cách 3</u>: Trên tia đối của tia MA lấy điểm E sao cho BE = AB (1)

=> Δ BAE cân tại B

=> $\widehat{A_1} = \hat{E}$

Mà $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ (gt)

=> $\widehat{A_2} = \hat{E}$ => AC//BE

Xét Δ MBE và Δ MCA có

$\widehat{B_1} = \widehat{C_1}$ (so le trong); MB = MC(gt);

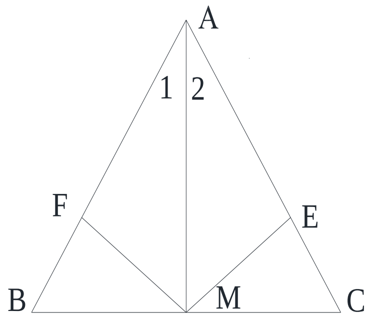
$\widehat{M_1} = \widehat{M_2}$ (đối đỉnh)

=> Δ MBE = Δ MCA (g.c.g)

=> BE = AC (2)

Từ (1) và (2) => AB= AC

=> Δ ABC cân tại A.



Cách 4:

Gọi E, F theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ M xuống các cạnh AB, AC. Ta có :

Diện tích Δ MAB = 1/ 2 MF.AB (1)

Diện tích Δ MAC = 1/ 2 ME.AC (2)

Mặt khác các Δ MAB và Δ MAC có chung đường cao kẻ từ A và 2 cạnh tương ứng bằng nhau: BM= MC(gt)

=>Diện tích ΔMAB = Diện tích ΔMAC (3)

Từ (1), (2), (3):

=> MF. AB = MF. AC (4)

Xét 2 tam giác vuông Δ EAM và Δ FAM có $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ (gt), AM chung.

=> Δ EAM = Δ FAM

=> MF= ME (5)

Từ (4) và (5) => AB = AC

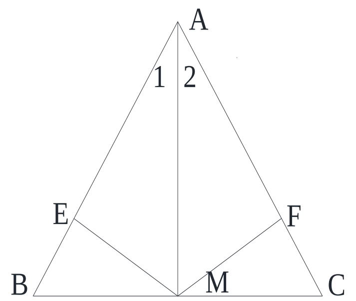
=>Δ ABC cân tại A

Cách 5:

Gọi E, F lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ M xuống AB; AC. Có 2 khả năng xảy ra:

Trường hợp 1:

Các góc B, C cùng nhọn:



Xét các tam giác vuông ΔEAM và ΔFAM có:

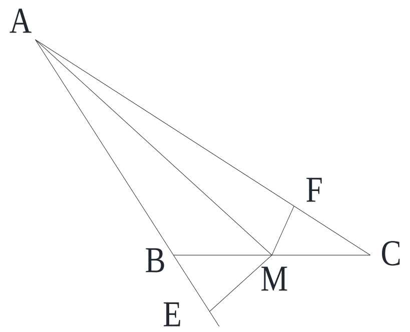
$\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ (gt), AM chung.

=> ΔEAM = ΔFAM => MF= ME .

Mà MB = MC (gt)

=> Δ EMB = Δ FMC (Cạnh huyền, cạnh góc vuông)

=>$\hat{B} = \hat{C}$ => Δ ABC cân tại A.



Trường hợp 2:

Trong 2 góc B và góc C có 1 góc lớn hơn hoặc bằng 90^0. Giả sử góc B≥ 90^0

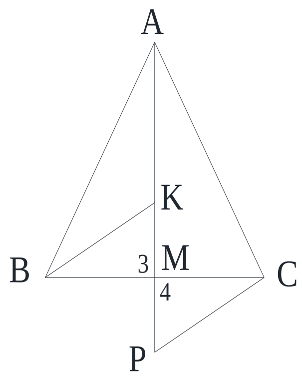
Chứng minh tương tự như trường hợp 1 ta có Δ EMB = Δ FMC (cạnh huyền, cạnh góc vuông)

=> $\widehat{EBM} = \widehat{FCM}$ điều này là vô lý vì góc EBM là góc ngoài của Δ ABC nên ta luôn có $\widehat{EBM} > \widehat{ACB}\ hay\ \widehat{FCM}$

=> Trường hợp này không xảy ra.

Từ các trường hợp trên => Đpcm.

Cách 6:



Gọi K,P lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ B và C xuống tia AM.

Xét các tam giác vuông ΔKBM và Δ PCM có

BM = CM(gt) và $\widehat{M_3} = \widehat{M_4}$ (đối đỉnh)

=> Δ KBM = Δ PCM => BK= CP

Kết hợp với điều kiện $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ (gt)

=> Δ KAB = Δ PAC (cạnh góc vuông, góc nhọn)

=> AK= AP. Mà K, P cùng thuộc tia AM => K và P trùng nhau và trùng với M

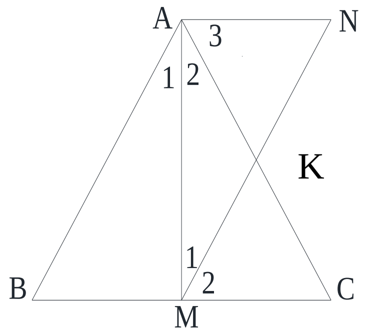
=> AM ⊥ BC

Xét các tam giác vuông Δ MAB và

Δ MAC có $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ (gt)

MB = MC(gt) =>Δ MAB = Δ MAC

=> AB = AC =>Δ ABC cân tại A.



Cách 7:

Qua M và A kẻ các đường thẳng lần lượt song song với AB và BC, các đường thẳng này cắt nhau tại N, MN cắt AC tại K.

Xét Δ MAB và Δ AMN có

$\widehat{A_1} = \widehat{M_1}$ (so le trong), AM chung

và$\widehat{BAM} = \widehat{MAN}$ (so le trong)

=> Δ MAB = Δ AMN (g.c.g)

=> BM = AN

Mà BM = MC (gt) => MC = AN. Kết hợp với các điều kiện $\widehat{M_2} = \widehat{N}$;

$\hat{C} = \widehat{A_3}$ (so le trong)

=> ΔKMC = Δ KNA (g.c.g)

=> AK = KC (1)

Mặt khác: $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ (gt),

$\widehat{A_1} = \widehat{M_1}$ (so le trong)

=>$\widehat{M_1} = \widehat{A_2}$

=> Δ KAM cân tại K => AK=KM(2)

Từ (1) và (2) => KM = KC => Δ KMC cân tại K =>$\hat{C} = \widehat{M_2}$

Mà $\hat{B} = \widehat{M_2}$ (đồng vị) =>$\hat{B} = \hat{C}$

=>Δ ABC cân tại A

Cách 8 :

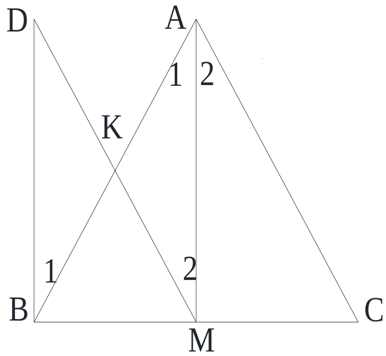
Qua M kẻ đường thẳng // AC và qua B kẻ đường thẳng // AM, các đường thẳng này cắt nhau tại D. Gọi K là giao điểm của AB và MD.

Xét Δ BDM và Δ MAC có

$\widehat{DBM} = \widehat{AMC}$ (đồng vị), MB= MC(gt) và $\widehat{DMB} = \widehat{ACM}$ (đồng vị)

=>Δ BDM = Δ MAC (g.c.g)

=> AM = BD, $\hat{D} = \widehat{A_2}$



Xét Δ KAM và Δ KBD có

AM = BD(cmt) $\widehat{A_1} = \widehat{B_1}$; $\widehat{D} = \widehat{M_2}$ (so le trong) => Δ KAM = Δ KBD (g.c.g)

=> KD= KM(1)

Mặt khác : $\widehat{D} = \widehat{M_2}$ (cmtr); $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ (gt), $\widehat{A_1} = \widehat{B_1}$ (so le trong)

=> $\widehat{D} = \widehat{B_1}$ => Δ KBD cân tại K

=> DK = KB (2)

Từ (1) và (2) => KB = KM

=>Δ KBM cân tại K

=> $\widehat{KBM} = \widehat{KMB}$

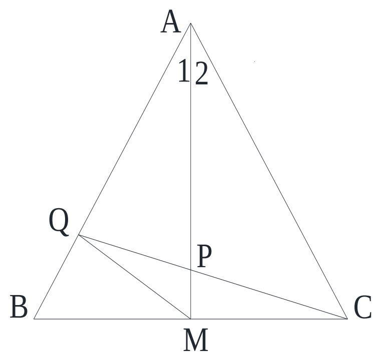
mà $\widehat{KMB} = \widehat{ACB}$ (đồng vị)

=> $\widehat{KBM} = \widehat{ACB}$

=>Δ ABC cân tại A.

<u>Cách 9:</u>

Vì $\widehat{AMB} + \widehat{AMC} = 180^0$ nên trong 2 góc AMB và AMC phải có 1 góc không lớn hơn 90^0. Không mất tính tổng quát, giả sử $\widehat{AMC} < 90^0$



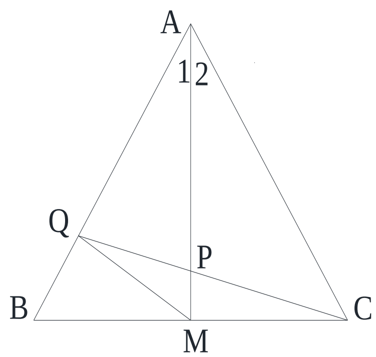
Nếu $\widehat{AMC} < 90^0$ thì từ C kẻ đường thẳng vuông góc với AM cắt AM và AB theo thứ tự tại P, Q khi đó điểm P nằm giữa A và M; điểm Q nằm giữa A và B.

Xét các tam giác vuông Δ APQ và

Δ APC có $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ (gt), AP chung

=>Δ APQ = Δ APC => AQ = AC,

PC = PQ



Nối MQ, xét các tam giác vuông

Δ PMQ và Δ PMC có PC =PQ (cmtr) cạnh PM chung

=>Δ PMQ = Δ PMC (c.g.c)

=> MQ = MC, mà MC = MB(gt)

=> MQ = MC = MB = 1/2 BC

=>Δ QBC vuông tại Q (theo kết quả

bài số 39 sách bài tập Toán 7 – Tập 2 trang 28)

=> AQ và AP cùng vuông góc với CQ, điều này là vô lý => trường hợp $\widehat{AMC} < 90^0$ không xảy ra

=> $\widehat{AMC} = 90^0$ => $\widehat{AMB} = 90^0$

Xét các tam giác vuông: Δ AMB và ΔAMC có $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ (gt), AM chung

=>Δ AMB =ΔAMC =>ΔABC cân tại A

<u>Ví dụ 2:</u>

<u>Bài toán 2:</u>

Chứng minh rằng từ tỷ lệ thức : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (a – b ≠ 0, c – d ≠ 0)

Ta có thể suy ra tỉ lệ thức $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$

(Bài 63 trang 31 SGK Toán 7 tập 1 NXB Giáo dục 2003)

<u>Lời giải</u>

<u>Cách 1</u>: Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ => $\frac{a}{b} + 1 = \frac{c}{d} + 1$ => $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

CM Tương tự ta có: $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$

=> $\frac{a+b}{b} : \frac{a-b}{b} = \frac{c+d}{d} : \frac{c-d}{d}$ => $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$

<u>Cách 2</u>: Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ => $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{a+b}{c+d}$ và $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{a-b}{c-d}$

=> $\frac{a+b}{c+d}$ = $\frac{a-b}{c-d}$ => $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$

Cách 3: Đặt $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k$ => a = bk; c=dk

=> $\frac{a+b}{a-b}=\frac{bk+b}{bk-b}=\frac{b(k+1)}{b(k-1)}=\frac{k+1}{k-1}$ (1)

Và $\frac{c+d}{c-d}=\frac{dk+d}{dk-d}=\frac{d(k+1)}{d(k-1)}=\frac{k+1}{k-1}$ (2)

Từ (1) và (2) => $\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$

Cách 4:

Từ $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ => 2bc = 2ad => ac – ad + bc – bd = ac + ad – bc + bd

⇨ a(c – d) + b(c – d) = a(c + d) – b(c+ d)

⇨ (a + b (c – d) = (a – b)(c +d)

⇨ $\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$

Cách 5

Từ $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ = > ad = bc

Do đó $\frac{a+b}{a-b}=\frac{d(a+b)}{d(a-b)}=\frac{ad+bd}{ad-bd}=\frac{bc+bd}{bc-bd}=\frac{b(c+d)}{b(c-d)}=\frac{c+d}{c-d}$

=> $\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$

Cách 6:

Từ $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ = > ad = bc

Do đó: $\frac{c+d}{c-d}=\frac{b(c+d)}{b(c-d)}=\frac{bc+bd}{bc-bd}=\frac{ad+bd}{ad-bd}=\frac{d(a+b)}{d(a-b)}=\frac{a+b}{a-b}$

=> $\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$

Ví dụ 3:

Bài toán 3: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

A = $|x-2001|$ + $|x-1|$

(Bài 141 trang 23 sách bài tập toán 7 tập 1)

Lời giải

Cách 1: (Lời giải trong sách bài tập Toán 7 tập 1)

Theo bài 140 a (Bài 140a : Cho x, y $\in$Q chứng tỏ rằng $|x-2001|$ + $|x-1|$

= $|2001-x|$ + $|x-1|$ $\geq$(2001 – x) + (x -1) = 2000

Dấu = xảy ra khi 2001 – x và x -1 cùng dấu, tức là 1 $\leq x \leq$ 2001

Vậy giá trị nhỏ nhất của A là 2000; khi 1$\leq x \leq$ 2001

Cách 2:

Ta xét các trường hợp sau:

Nếu x<1 => A =$|x-2001|$ + $|x-1|$= -x + 2001 – x + 1 = -2x + 2002

Vì x <1 => -2x< -2 => -2x+ 2002> 2000 hay A > 2000/

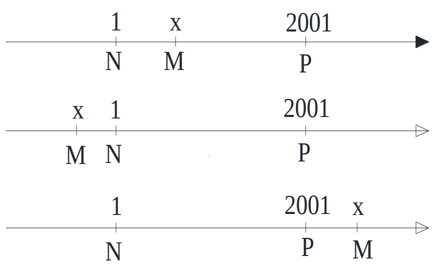
- nếu 1 $\leq x \leq$ 2001 => A =$|x-2001|$ + $|x-1|$ = -x – 2001+ x -1 = 2000 =>A = 2000

- Nếu x> 2001 => 2x > 4002 => 2x – 2002> 4002 – 2002= 2000 => A>2000

Tử các trường hợp xét trên suy ra giá trị nhỏ nhất của A là 2000 đạt được khi 1$\leq x \leq$ 2001

Cách 3: Trên trục số, Điểm N biểu diễn số 1, điểm P biểu diễn số 2001 và điểm M biểu diễn theo số x

Theo định nghĩa giá trị tuyệt đối của một số ta có $|x-2001|$ chính là số đo đoạn thẳng MP , $|x-1|$ là số đo đoạn thẳng MN.



Do đó A = $|x-2001|$ + $|x-1|$ = NM+ MP

=> Tổng NP+ MP nhỏ nhất khi điểm M thuộc đoạn NP tức là 1$\leq x \leq$ 2001

Khi đó giá trị nhỏ nhất của A là 2001 – 1= 2000 đạt được khi 1$\leq x \leq$ 2001

Cách 4: Ta có $|A|$ $\geq$A, dấu = xảy ra khi A$\geq$ 0. Do đó:

$|x-2001|$ =$|2001-x|$ $\geq$ 2001 – x

Dấu = xảy ra khi 2001 – x $\geq$ 0 hay x $\leq$2001

Và $|x-1| \geq$ x -1. Dấu = xảy ra khi x – 1 $\geq$ 0 hay x $\geq$ 1

⇨ A = $|x-2001|$ + $|x-1| \geq$ (2001 – x) + (x -1) = 2000

Dấu = xảy ra khi 2001 $\geq$ x và x $\geq$ 1 hay $1 \leq x \leq$ 2001

Khi đó giá trị nhỏ nhất của A là 2001 - 1= 2000 đạt được khi $1 \leq x \leq$ 2001.

Tóm lại: Từ việc tìm ra nhiều lời giải khác nhau cho một bài toán, học sinh sẽ chọn được lời giải hay cho bài toán đó. Hơn thế, bước đầu các em còn được rèn khả năng bao quát, hội tụ các kiến thức, các yếu tố có liên quan để giải quyết vấn đề một cách tối ưu nhất.

Song trong thực tế, học sinh rất cần được rèn khả năng dự đoán, phát hiện những vấn đề mới từ những điều đã biết và chủ động giải quyết những vấn đề đó. **"Khai thác & phát triển bài toán đã cho thành những bài toán mới"** ***là một biện pháp tích cực giúp học sinh rèn khả năng tư duy nói trên.***

II. KHAI THÁC & PHÁT TRIỂN BÀI TOÁN ĐÃ CHO THÀNH NHỮNG BÀI TOÁN MỚI.

Ví dụ 4:

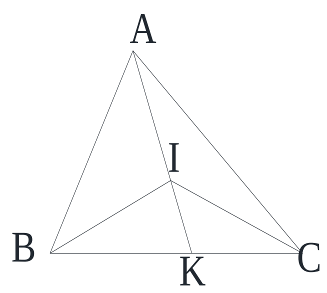
Bài toán 4:

Cho hình 52. Hãy so sánh:

a) $\widehat{BIK}$ và $\widehat{BAI}$.

b) $\widehat{BIC}$ và $\widehat{BAC}$.

(Bài 3 trang 108 SGK Toán 7 tập 1)



Lời giải

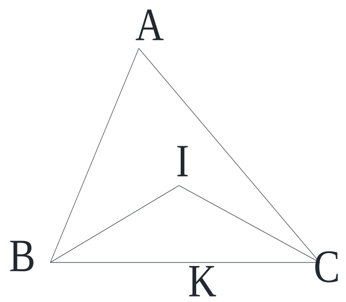
a) Ta có $\widehat{BIK}$ là góc ngoài của ΔAIB và $\widehat{BAI}$ là góc trong không kề với nó nên $BIK > BAK$.

b) Chứng minh tương tự như trên ta cũng có $\widehat{CIK} > \widehat{CAK}$ Do đó $\widehat{BIK} + \widehat{CIK} > \widehat{BAI} + \widehat{CAK}$ Hay $\widehat{BIC} > \widehat{BAC}$.

Ở bài toán này câu a là gợi ý cho câu b; do đó nếu bỏ câu a thì ta được bài toán mới khó hơn.

Bài toán 4.1:

Cho tam giác ABC, I là 1 điểm nằm trong tam giác. Hãy so sánh góc BAC và góc BIC.



Từ lời giải bài toán 4 sẽ giúp ta tìm được lời giải của bài toán 4.1 bằng cách kẻ tia AI căt BC tại K.

Ngoài ra ta có thể giải bài toán 4.1 theo cách khác mà không cần kẻ thêm đường phụ như sau:

Xét Δ BIC có $\widehat{BIC}+\widehat{BCI}+\widehat{CBI}=180^0$ (1)

Δ ABC có $\widehat{BAC}+\widehat{BCA}+\widehat{CBA}=180^0$ (2)

Mà $\widehat{BCI}<\widehat{BCA}$; $\widehat{IBC}<\widehat{ABC}$.

Do đó phải có: $\widehat{BIC}<\widehat{CAB}$.

Tiếp tục cho học sinh khai thác các kết quả (1) và (2) để đi tìm mối liên hệ giữa $\widehat{BAC}$ và $\widehat{BIC}$ ta thu được kết quả sau:

Từ (1) và (2) => $\widehat{BIC}+\widehat{BCI}+\widehat{CBI}=\widehat{BAC}+\widehat{BCA}+\widehat{CBA}$

=> $\widehat{BIC}=\widehat{BAC}+\widehat{ABI}+\widehat{ACI}$

Từ kết quả này các em đã xây dựng được bài toán mới như sau :

Bài toán 4.2

Cho tam giác ABC, I là một điểm nằm trong tam giác.

Chứng minh rằng $\widehat{BIC}=\widehat{BAC}+\widehat{ABI}+\widehat{ACI}$.

Không dừng lại ở đây, tiếp tục cho học sinh khai thác kêt quả bài toán 4.2 bằng cách đặc biệt hóa vị trí của điểm I là giao điểm của các đường phân giác của ΔABC, khi đó học sinh đều nhận xét được:

$$\widehat{BAC}+\widehat{ACI}=\frac{1}{2}\left(\widehat{ABC}+\widehat{ACB}\right)=\frac{1}{2}\left(180^0-\widehat{BAC}\right)=90^0-\frac{1}{2}\widehat{BAC}$$

Do đó $\widehat{BIC}=\widehat{BAC}+90^0-\frac{1}{2}\widehat{BAC}$ = $90^0+\frac{1}{2}\widehat{BAC}$

Đến đây ta có bài toán mới như sau:

Bài toán 4.3:

Cho tam giác ABC, các đường phân giác của góc B và C cắt nhau tại I . CMR $\widehat{BIC} = 90^0 + \frac{1}{2}\widehat{BAC}$ (3)

Từ (3) => Nếu biết số đo của $\widehat{BAC}$ thì sẽ xác định được số đo của $\widehat{BIC}$, từ đó ta có bài toán mới như sau:

Bài toán 4.4:

Cho tam giác ABC, các đường phân giác của góc B và góc C cắt nhau tại I. Tính BIC biết:

a) $\widehat{BAC} = 60^0$

b) $\widehat{BAC} = 90^0$

c) $\widehat{BAC} = 120^0$

d) $\widehat{BAC} = 150^0$

Tiếp tục cho học sinh khai thác kết quả bài toán 4.3 theo hướng khác bằng cách từ kết quả (3) yêu cầu học sinh tính các góc AIC và góc AIB để đi đến các kết quả sau:

$\widehat{BIC} = 90^0 + \frac{1}{2}\widehat{BAC}$

$\widehat{AIC} = 90^0 + \frac{1}{2}\widehat{ABC}$

$\widehat{AIB} = 90^0 + \frac{1}{2}\widehat{ACB}$

Từ các đẳng thức trên ta thấy rằng nếu $\widehat{BIC} = \widehat{AIC}$ thì $\widehat{BAC} = \widehat{ABC}$

tức là ΔABC cân tại C và ngược lại. Đến đây ta có bài toán mới như sau:

Bài toán 4.5:

Chứng minh rằng nếu trong tam giác ABC tồn tại một điểm I thỏa mãn $\widehat{BIC} = \widehat{AIC}$ thì tam giác ABC là tam giác cân và ngược lại.

Tiếp tục cho học sinh khai thác các đẳng thức trên để đi đến nhận xét:

Nếu $\widehat{BIC} = \widehat{AIC} = \widehat{BIA}$ thì $\widehat{BAC} = \widehat{ABC} = \widehat{BCA}$ và ngược lại từ đó đi đến bài toán mới hay hơn.

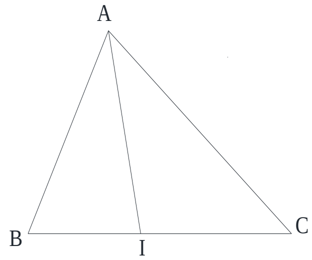
Bài toán 4.6:

Chứng minh rằng nếu trong tam giác ABC tồn tại một điểm I sao cho $\widehat{BIC} = \widehat{AIC} = \widehat{BIA}$ thì tam giác ABC là tam giác đều và ngược lại.

Ví dụ 5:

Bài toán 5:

Cho tam giác ABC , $\hat{A} = 90^0$, góc C = 30^0 . CMR AB = 1/2BC.



Cách 1:

Kẻ tia Ax nằm giữa 2 tia AB, AC : $\widehat{CAI} = 30^0$; $I \in BC$

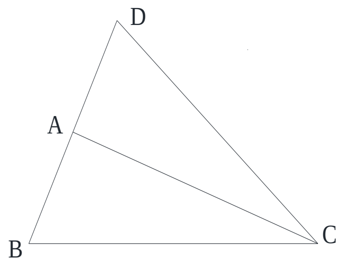
=> ΔIAC cân tại I => IA=IC (1)

Mặt khác Δ ABC vuông tại A => $\widehat{BAI} = \widehat{BAC} - \widehat{IAC} = 90^0 - 30^0 = 60^0$

Góc B=$90^0 - 30^0 = 60^0$

- ⇨ $\hat{B} = \widehat{BAI} = 60^0$
- ⇨ ΔIAB là tam giác đều => AI = IB (2)
- ⇨ Từ (1) và (2) => AI =BI=IC
- ⇨ AB= 1/2 BC

Cách 2:



Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho AB =AD

=>AB = 1/2BD(1)

$\widehat{BAC} = 90^0$ => $AC \perp BD$ => AC là đường trung trực của BD => BC = CD

=> ΔCBD là tam giác cân tại C => Đường cao CA đồng thời là đường phân giác.

=> $\widehat{BCD} = 2\,\widehat{BCA} = 2.30^0 = 60^0$

=> ΔCBD là tam giác đều => BD = BC(2)

Từ (1) và (2) AB = 1/2 BC.

Sau khi hướng dẫn học sinh giải bài toán 5 theo 2 cách trên , tôi tiếp tục hướng dẫn học sinh khai thác bài toán này như sau:

Trước hết cho học sinh nhận xét giả thiết Â= 90^0 trong bài toán có thể thay thế bằng điều kiện cho $\widehat{B}$= 60^0 , từ đó cho bài toán mới như sau:

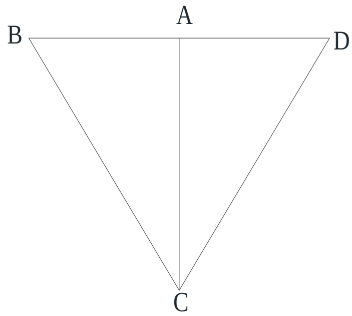
Bài toán 5.1:

Cho tam giác ABC , $\widehat{B}$= 60^0 ; $\widehat{C} = 30^0$

Chứng minh rằng AB= 1/2 BC

Sau đó cho học sinh suy nghĩ bài toán 5 theo hướng khác bằng cách thay điều kiện của giả thiết $\widehat{C}$=30^0 thành kết luận và chuyển kết luận AB = 1/2 BC của bài toán làm giả thiết từ đó đi đến bài toán mới sau.

Bài toán 5.2: Cho tam giác ABC có Â= 90^0, AB = 1/2 BC. CMR $\widehat{C}$=30^0



Để chứng minh bài toán 5.2 tôi cho học sinh liên hệ tới cách giải 1 của bài toán 5 từ đó học sinh đã tìm được lời giải bài toán 5.2 bằng cách lấy điểm phụ như sau :

Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho AD= AB => AB = 1/2 BD (1)

Vì AC $\perp$ AB => AC là đường trung trực của BD => BC=CD(2)

Mà AB = 1/2 BC (3)

Từ (1); (2); (3) => BD = CB = CD

=> ΔCBD là tam giác đều => $\widehat{B}$ = 60^0

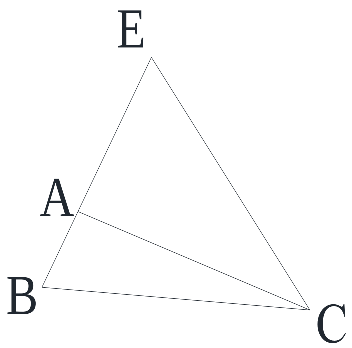
ΔABC là tam giác vuông tại A (gt) => $\widehat{ACB}$ =30^o

Tương tự như trên tiếp tục cho học sinh chuyển đk Â=90^0 xuống làm kết luận và chuyển kết luận AB = 1/2 BC và giả thiết ta được bài toán như sau.

Bài toán 5.3:

Cho tam giác ABC có AB = 1/2 BC, $\hat{C}$= 30^0 chứng minh Â = 90^0

Bài toán này tôi đã hướng dẫn cho học sinh giải theo 2 cách sau.



Cách 1: Trên nửa mặt phẳng bờ AC không chứa điểm B vẽ tia CE sao cho góc ACE = 30^0 , E thuộc tia BA

⇨ $\widehat{BCE} = \widehat{BCA} + \widehat{ACE}$ =30º + 30º = 60^0

Trên tia Cx lấy E sao cho CB = CE => ΔCBE cân tại E. Mà $\widehat{BCE}$= 60^0

=> ΔCBE là tam giác đều=> BE =BC(1)

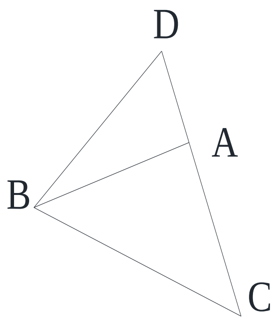
Nối AE. Xét ΔCBE và ΔABC có BC = CE, $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$= 30º và CA chung

=>ΔABC =ΔAEC(c.g.c) => AB = AE

Mà AB =1/2 BC => AB+AE =BC(2)

Từ (1) (2) => BA+AE =BE. Điều này chứng tỏ A$\in$BE => A là trung điểm của BE => CA là trung tuyến của ΔCBE đều.

=> CA đồng thời là đường cao => AC$\perp$BE hay$\widehat{BAC}$=90^0



Cách 2: Giả sử $\widehat{BAC} \neq 90^0$

Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với AC cắt AC tại M.

ΔMBC vuông tại M có $\hat{C}$= 30^0 nên theo kết quả bài toán.Ta suy ra:

BM= 1/2 BC

Mà AB=1/2 BC (gt) => AB =BM

Điều này không thể xảy ra vì ΔMAC vuông nên ta có AB > BM

=> điều giả sử trên sai, vậy $\widehat{BAC}$= 90^0 .

Tiếp tục tìm tòi bài toán mới bằng cách cho học sinh lấy điểm D trên tia CA sao cho CD = CB, sau đó cho học sinh nhận dạng ΔCBD và so sánh AB và CD, từ đó một số học sinh đã xây dựng thành bài toán mới như sau.

Bài toán 5.4

Chứng minh rằng trong tam giác cân có góc ở đỉnh bằng 30^0 thì đường cao thuộc cạnh bên bằng nửa cạnh đó.

Như vậy, rèn khả năng "Khai thác & phát triển bài toán đã cho thành những bài toán mới" giúp cho học sinh chủ động, sáng tạo giải các bài tập toán cũng như giải quyết các vấn đề thực tế trong cuộc sống. Những tiết học như trên thật hào hứng, sôi nổi bởi các tình huống "Thầy đố trò, trò đố thầy", bởi các câu hỏi phản biện cho các đề toán mới, ... Lúc căng thẳng, lúc vui sướng thay nhau bộc lộ trên gương mặt các em, cuốn hút các em vào hoạt động học tập.

Tiếp theo, tôi xin trình bày biện pháp" Xây dựng bài toán tổng quát từ bài toán cụ thể" là mức độ tư duy cao hơn của 2 mức độ tư duy đã trình bày ở các mục (I) và (II).

III. HƯỚNG DẪN HỌC SINH XÂY DỰNG BÀI TOÁN TỔNG QUÁT TỪ CÁC BÀI TOÁN CỤ THỂ.

Ví dụ 6:

Bài toán 6:

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

A = $|x-2001| + |x-1|$

(Bài 141 trang 23 sách bài tập toán 7 tập 1)

Ở phần I, chúng ta đã xét bài toán này dưới góc độ giải theo nhiều cách, sau đây chúng ta tiếp tục khai thác, phát triển bài toán này để được các bài toán mới tổng quát hơn.

Để tiện theo dõi, sau đây xin được nêu lại một trong những cách giải bài toán trên:

Vì $|a| \geq a$, dấu = xảy ra khi $a \geq 0$ do đó ta có:

$|x - 2001| = |2001-x| \geq 2001- x$

Dấu = xảy ra khi $2001- x \geq 0$ hay $x \leq 2001$

$|x-1| \geq x -1$. Dấu = xảy ra khi $x - 1 \geq 0$ hay $x \geq 1$.

=> A = $|x - 2001| + |x-1| \geq (2001- x) + (x -1) = 2000$. Dấu = xảy ra khi $x \leq 2001$ và $x \geq 1$.Tức là $1 \leq x \leq 2001$

Vậy giá trị nhỏ nhất của A là 2000 đạt được khi $1 \leq x \leq 2001$

Từ cách giải bài toán trên giúp ta tìm được lời giải cho bài toán rộng hơn.

Bài toán 6.1:

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

A = $|x-1| + |x-2| + \ldots + |x-2006|$

<u>Lời giải</u>

$A = |x-1| + |x-2| + \ldots + |x-1003| + |1004-x| + |1005-x| + \ldots$
$+ |2006-x|$

$\geq (x-1)+(x-2)+\ldots(x-1003) + (1004-x) + (1005-x) + \ldots(2006-x)$

$= (1004-1) + (1005-2) + \ldots + (2006-1003) = 1003^2 = 1006009$

Dấu = xảy ra khi $x \geq 1$, $x \geq 2$, …, $x \geq 1003$ và $x \leq 1004$, $x \leq 1005$, …,
$x \leq 2006$.

Kết hợp lại ta được $1003 \leq x \leq 1004$

Vậy giá trị nhỏ nhất của A là 1006009 đạt được khi $1003 \leq x \leq 1004$

Từ kết quả trên tôi đã hướng dẫn học sinh tổng quát hóa bài toán 6.1 để được bài toán mới như sau.

<u>Bài toán 6.2:</u>

Cho $a_1 < a_2 < \ldots < a_{2n}$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$A = |x-a_1| + |x-a_2| + \ldots + |x-a_{2n}|$

Từ cách giải bài toán 6.1 học sinh đều đã tìm được lời giải bài toán và đi đến đáp số: giá trị nhỏ nhất của A là:

$(a_{2n} + a_{2n-1} + \ldots a_{n+1}) - (a_n + a_{n-1} + \ldots a_1)$ đạt được khi $a_n \leq x \leq a_{n+1}$

Đến đây một vấn đề đặt ra là nếu số hạng trong tổng A là một số lẻ thì ta sẽ tìm giá trị nhỏ nhất của A như thế nào? Để giải quyết vấn đề này , trước hết tôi cho học sinh xét bài toán sau:

<u>Bài toán 6.3:</u>

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$B = |x-1| + |x-2| + |x-2001|$

Liên hệ với bài toán…. Ta có nhận xét

$B = A + |x-2|$

Và $A \geq 2000$ $\forall x$ dấu = xảy ra khi $1 \leq x \leq 2001$

$|x-2| \geq 0$ $\forall x$ dấu = xảy ra khi x=2

Do đó => $B = A + |x-2| \geq 2000 + 0 = 2000$, dấu bằng xảy ra khi $1 \leq x \leq 2001$ và x=2. Kết hợp lại ta được x=2

Vậy giá trị nhỏ nhất của B là 2000. đạt được khi x=2

Từ bài toán 6.3 tôi cho học sinh xét bài toán rộng hơn như sau.

<u>Bài toán 6.4</u>

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

B = $|x-1| + |x-2| + \ldots + |x-2005|$

Sau khi cho học sinh phân tích mối liên hệ giữa bài toán 6.4 và bài toán 6.3 và bài toán 6.2 các em đã tìm được lời giải cho bài toán 6.4 như sau:

B= $|x-1| + |x-2| + \ldots |x-1002| + |x-1003| + |x-1004| + \ldots + |x-2005|$

Đặt A = $|x-1| + |x-2| + \ldots |x-1002| + |x-1003| + |x-1004| + \ldots + |x-2005|$

⇨ B = A + $|x-1003|$

Nhận xét vì A có 2004 số hạng do đó theo kết quả bài toán 6.2 ta có giá trị nhỏ nhất của A là (2005+ 2004+ ….1004) – (1002 + 1001+…..+ 2+1) = 102.103 = 1005006 đạt được khi $1002 \le x \le 1004$

Và $|x-1003| \ge 0$ $\forall$ x. Dấu = xảy ra khi x=1003.

Từ đó=> B $\ge$ 1002.1003+0 = 1005006

Dấu = xảy ra khi $1002 \le x \le 1004$ và x=1003, kết hợp lại ta được x=1003

Vậy giá trị nhỏ nhất của B là 1005006 đạt được khi x =1003.

Từ kết quả trên , tôi đã hướng dẫn học sinh xét bài toán tổng quát:

Bài toán 6.5

Cho $a_1 < a_2 \ldots < a_{2k+1}$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

A= $|x-a_1| + |x-a_2| + \ldots + |x-a_{2k+1}|$

Từ cách giải bài toán 6.4 học sinh đều tìm được lời giải cho bài toán trên để đi đến đáp số : giá trị nhỏ nhất của B là

$(a_{2k+1} + a_{2k} + \ldots a_{k+2}) - (a_k + a_{k-1} + \ldots a_1)$ đạt được khi x = a_{k+1}

Từ các kết quả trên ta có bài toán tổng quát sau:

Bài toán 6.6:

Cho $a_1 < a_2 \ldots < a_n$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

A= $|x-a_1| + |x-a_2| + \ldots + |x-a_n|$

C- KẾT QUẢ THỰC HIỆN

Qua thực tiễn giảng dạy tôi thấy rằng: Tiết học được giáo viên áp dụng các biện pháp trên thì sự hứng thú học tập của học sinh tăng lên rõ rệt. Việc học sinh tự mình tìm được nhiều cách giải cho một bài toán hoặc giải các bài toán do chính các em sáng tác đã nâng cao tích cực hoạt động tư duy của học sinh. Trong các tiết học đó thầy giáo đóng vai trò là người thiết kế tổ chức, hướng dẫn. Học sinh đóng vai trò là người thi công, được phát triển trong hoạt động, các em học tập bằng hành động của chính mình từ chỗ làm quen chuyển hướng dần sang tái tạo và sáng tạo.

Bằng các biện pháp như đã trình bày trên, với sự miệt mài hướng dẫn học sinh khai thác các bài toàn trong sách giáo khoa Toán 7 trong các tiết dạy chính khóa cũng như các tiết bồi dưỡng học sinh giỏi đã có tác dụng rất lớn trong việc giúp cho các em có cách nhìn sâu hơn, toàn diện hơn về các bài toán trong sách giáo khoa, từ đó giúp cho các em nắm được kiến thức một cách vững chắc hơn. Các hoạt động trí tuệ như lật ngược vấn đề, xét tính giải được, phân chia các trường hợp hoặc các thao tác tư duy : phân tích, tổng hợp, so sánh, tương tự, đặc biệt hóa, khái quát hóa có điều kiện đã giúp học sinh rèn luyện nhiều hơn. Do đó năng lực tư duy sáng tạo toán học của học sinh được rèn luyện thường xuyên và phát triển tốt. Việc khai thác, phát triển một bài toán đơn giản thành chuỗi các bài toán mới với mức độ khó dần, tính khái quát cao hơn còn có ý nghĩa giúp cho học sinh mỗi khi đứng trước một bài toán khó thì có thể bình tĩnh nhận diện được bài toán gốc từ đó có thể tìm ra được cách giải, đồng thời từ chuỗi các bài toán mới được xây dựng sẽ giúp cho giáo viên có điều kiện hướng dẫn học sinh yếu nâng dần trình độ, có khả năng giải các bài toán phức tạp hơn, kích thích được học sinh giỏi tiến tới tìm tòi sáng tạo một cách tự lực.

Do vậy chất lượng học toán của học sinh khi được áp dụng đề tài này đã tăng lên rõ rệt, hầu hết các em đều có kĩ năng giải toán, biết trình bày lời giải với những lập luận chặt chẽ, suy diễn chính xác, khoa học. Một số em đã có thói quen tìm tòi nhiều lời giải một bài toán hoặc thay thế các điều kiện của bài toán bằng các điều kiện tương đương, bước đầu biết khái quát hóa thành bài toán phức tạp hơn… Những kết quả đó đã đóng góp một phần không nhỏ vào việc phát triển năng lực tư duy sáng tạo, rèn trí thông minh, thúc đẩy niềm say mê dạy và học toán của thầy và trò chúng tôi .

Kết quả khảo sát:

	Trước khi thực hiện		Sau khi thực hiện	
	HS hứng thú	HS giỏi Toán	HS hứng thú	HS hứng thú
7D (2014– 2015)	20	17	35	25
7D (2016– 2017)	25	20	38	29

D – KẾT LUẬN, Ý KIẾN ĐỀ XUẤT

1.Kết luận:

Môn toán là một môn văn hóa cơ sở trong các trường phổ thông nói chung và trường THCS nói riêng. Đây là môn học khó nhưng có ý nghĩa to lớn trong việc rèn luyện, phát triển năng lực tư duy lô gic và bồi dưỡng các phẩm chất nhân cách cho học sinh nwh tính tích cực, chủ động, linh hoạt, sáng tạo … Việc tìm tòi ra những biện pháp phù hợp nhất cho từng khối lớp, từng đối tượng học sinh để cuốn hút các em vào các hoạt động học tập do giáo viên tổ chức và chỉ đạo thông qua đó học sinh tự lực khám phá những điều mình chưa biết chứ không phải thụ động tiếp thu những tri thức đã được sắp sẵn là một việc làm rất cần thiết đối với mỗi giáo viên dạy Toán trong các trường phổ thông.

Trong quá trình giảng dạy, qua việc đúc rút kinh nghiệm của chính bản thân và trao đổi với các đồng nghiệp, tôi đã tìm ra được nhiều điều bổ ích trong việc hướng dẫn học sinh khai thác triệt để các bài toán, đặc biệt là các bài toán trong sách giáo khoa , và xem đó là một biện pháp hữu hiệu trong việc phát triển năng lực tư duy sáng tạo cho học sinh.

Biện pháp mà tôi trình bày trên có thể còn những hạn chế nhất định, các ví dụ minh họa có thể chưa khai thác hết các tình huống hoặc chưa thực sự điển hình sóng tôi nghĩ rằng với cách làm như vậy chắc chắn sẽ nâng cao được chất lượng dạy và học bộ môn Toán lớp 7 theo chương trình sách giáo khoa mới; và chắc hẳn các bạn cũng sẽ đồng ý với tôi rằng: Từ một kiến thức tưởng như đơn giản trong sách giáo khoa nếu biết khai thác người giáo viên có thể kiến tạo nên những tri thức mới phong phú, hấp dẫn. Hơn thế nữa năng lực học toán của học sinh được phát triển

2 Ý kiến đề xuất:

- Việc hướng dẫn cho học sinh khai thác triệt để các bài toán trong sách giáo khoa là một việc làm khó , đòi hỏi người giáo viên phải công phu trong việc tìm tòi và nghiên cứu sách giáo khoa và cũng phải có niềm say mê trong công việc, thường xuyên học hỏi đồng nghiệp, đọc các tài liệu tham khảo để tích lũy. Trong quá trình áp dụng có thể do trình độ của học sinh còn hạn chế nên lúc đầu biện pháp này chưa thực sự thích ứng với các em, người giáo viên cần phải có sự kiên trì, bền bỉ thực hiện thì mới có hiệu quả.

- Việc khai thác, phát triển các bài toán trong sách giáo khoa rất phù hợp với đối tượng học sinh khá, giỏi và luôn được các em hưởng ứng một cách tích cực, do đó biện pháp này rất phù hợp trong công tác bồi dưỡng học sinh giỏi. Đặc biệt hiện nay toàn ngành đang thực hiện Nghị quyết TW 2 khóa VIII , các trường THCS không còn trường chuyên, lớp chọn, việc bồi dưỡng học sinh giỏi được được lồng ghép ngay vào các tiết dạy chính khóa thì biện pháp "Khai thác, phát triển các bài toán trong sách giáo khoa" sẽ là một công cụ đắc lực cho giáo viên thực hiện tốt nhiệm vụ đó.

- Đề tài được áp cho học sinh lớp 7, tuy nhiên giáo viên cũng có thể áp dụng tương tự cho đối tượng học sinh ở các khối lớp khác.

- Các cấp quản lý giáo dục: Phòng Giáo dục, Sở Giáo dục – Đào tạo tổ chức các hội nghị hội thảo , báo cáo chuyên đề với nội dung về: khai thác tiềm năng sách giáo khoa môn Toán để nâng cao chất lượng dạy học cho giáo viên dạy toán trong các trường THCS, tạo điều kiện cho giáo viên Toán trong thành phố được trao đổi, học hỏi, bồi dưỡng nghiệp vụ nâng cao tay nghề.

Tôi rất mong nhận được những ý kiến đóng góp của Hội đồng khoa học các cấp và các bạn đồng nghiệp. Tôi xin chân thành cảm ơn !

Tài liệu tham khảo

1. Bài tập toán 7 tập 1 - NXB Giáo dục năm 2003
2. Bài tập toán 7 tập 2 - NXB Giáo dục năm 2003
3. Một số vấn đề về đổi mới phương pháp dạy học môn Toán – Bộ giáo dục và đào tạo – năm 2002
4. Nguồn Internet về các phương pháp giải toán hay
5. Toán 7 tập 1 - NXB Giáo dục năm 2003
6. Toán 7 tập 2 - NXB Giáo dục năm 2003
7. Toán 7 tập 1 (sách giáo viên) - NXB Giáo dục năm 2003
8. Toán 7 tập 2 (sách giáo viên) - NXB Giáo dục năm 2003